Seneca.

SANCTE ROCHE ORA PRO NOBIS.

Tratado 3.º
De la Geometria Practica

Entre todas las partes dela Mathematica, la que mas Conduze ala Ynstruzcion Militar, es la Geometria practica, por que mereze Espezial atencion, y aunque es por si muy extendida se ceñira al tiempo determinado en que se daran los Problemas Combenientes para fazilitar las practicas asi sobre papel como sobre terreno, dividiendo el tratado en ocho Libros.

En el primero se Explicara la fa-
brica y uso del Canon trigonometri-
co y Logaritmos con la Resoluzion
de los triangulos Rectilineos.

En el segundo la Construccion de
las figuras planas.

En el 3.º La Inscripzion y Cir-
cunscripcion de las figuras Rectilineas
en el Circulo.

En el Quarto, su proporzion, Au-
mento, Diminuzion y transformaz.n

En el Quinto, el uso de los ins-
trumentos mas Comunes.

En el Sexto, La planimetria
ó dimension de las Superfizies.

En el Septimo: La Estereome-
tria, ó Calculo de los solidos.

Y En el Octavo, el Nivelamiento.

Libro 1.º

De La trigonometria plana

La trigonometria, es Ciencia, que averigua los Lados, y angulos, no Conocidos de un triangulo por los que se Conozen: y es en dos maneras Plana y Espherica. La trigonometria plana es la que resuelve los triangulos Rectilineos; y la Espherica, la que resuelve los triangulos Esphericos, que se forman en qualquier Esphera con tres arcos de Circulos maximos, pero en este Libro solo se hablara dela trigonometria plana.

Capitulo 1.º

Del fundamento del Canon trigon.co

Definiziones.

1.ª Seno Recto, ò primero de un arco es la perpendicular que de un extremo del arco, cae sobre el diametro que pasa por el otro extremo: y asi la recta RS siendo perpendicular à CI, sera seno prim.º del arco RI; y lo mismo sera la IO siendo perpend.r al radio CR, p.r la misma razon si LN es perpend.r al diametro AB, sera seno del arco LB. De que se sigue que el seno de un arco es la mitad de la cuerda del arco duplo, por que siendo LK perpendic.r al diametro AB quedara dividida por medio en N, asi como el arco LBK lo estara tambien en B (P.n 3) del 3.º de Euc.)

La recta LN no solamente es seno del arco LB, sino que tambien lo es por la naturaleza de la defin.n del arco LRA, Complemento al semicirculo del arco LB

El Radio CR, es el Seno recto del Quadrante, y se llama Seno total.

Definz.n 2.a

Seno Verso, sagita, ó Abcisa, es la parte del diametro comprehendida, entre el Seno r.o y el Arco, y asi OR=
=SL es Seno verso del arco RL, asi como NB lo es del arco LB.

Definiz.n 3.a

tangente de un arco es la perpend.r que se levanta sobre el diametro en una Extremidad del arco, y se termina por el Radio prolongado que pasa por el otro Extremo del arco, y asi la Recta RM es tangente del arco RL siendo perpend.r al Radio CR, y estando determinada por la CM q.e pasa por el Extremo L. p.r la misma razon BH es tang.te del Arco LB

Definiz.n 4.a

secante de un arco es la Recta Com-
prehendida entre el Centro y la tan
gente, y asi la recta CM es secan
te del arco RL, y la CH secante del
arco LB.

Asi la tang.te como la secante de
qualq.r arco menor que el quadrante, es
tambien tangente ó secante del arco,
que es Complemento al semicirculo de
modo que la BH q.e es tang.te del arco LB lo
es tamb.n del arco ARL y CH es secan
te deste mismo arco.

El arco de 90 grados tiene la
tangente Infinita y lo mismo es
la secante.

Scholio.

Lo que se dize del arco RL se En
tiende tambien del angulo RCL á q.n
mide, y asi la RS se llama seno.

del Angulo RCL, y lo mismo sera la tangente y secante, y seno verso, deviendose entender lo mismo del Angulo obtuso q.e es Complem.to á los 180 grados del Angulo RCL.

Definizion 5.a

Seno segundo, ó Coseno de un arco, es el seno primero de su suplemento, ó diferencia al quadrante; y asi siendo LM seno 1.o del arco LB sera segundo del arco RL que es su diferencia al Quadrante. Lo mismo suzede con las tangentes, y secantes, de modo que las RM y CM que son tangentes y secantes primeras del arco RL, son tangentes y secantes segundas del arco LB y se llaman tambien Co-tangentes y Co-secantes.

Escholio 1.o

Quando se habla de seno, tangente

ô secante, sin distinguir si es primero
ô segunda, se entiende que es primer
seno, tangente primera, ô secante
primera, y quando son segundos
ordinariamente, Coseno, Cotan
gente, y Cosecante.

Scholio 2º.

Como el seno tangente, ô secante de
qualquier angulo agudo es el mismo
que el del angulo obtuso diferenzia
à los 180 grados; basta tener los
senos, tangentes, y secantes de los
angulos agudos, los quales se ha
llan en las tablas, suponiendo divi
dido el radio en qualquier numero
de partes como la de 10.0000000; y
à este respecto se halla el valor de
todos los senos, tangentes, y secan
tes p.ª las proposiziones siguientes.

Proposiz.ⁿ 1.ª Problema.

Dado el Radio Hallar el Seno de 45
grados, el de 30, y el de 18.

Resoluzion.

Lo 1.º pa. hallar el seno de 45.º supuesto
q.e sea 1000000000, se quadrara, y toman
do el duplo del Quadrado se tendra
2000000000000000000 = $\widehat{RB}$ cuia raiz
quadrada 141421 sera = RB, y la mitad
70710 sera = al valor de BL seno de 45.º

Lo 2.º teniendo el Radio que es ygual
ala cuerda de 60 grs. se tiene su mitad
As = 50000 seno de 30 grados.

Lo 3.º Para hallar el seno de 18.º
Considerese que AB es el Lado del Po
ligono regular de 10 lados, esto es la Cuer
da de 36 g.s prolongese contando
AO sera ygual al Radio A y tiren-
se OC y CB, con lo qual en el trian
gulo ysozeles ABC siendo el angulo
ACB de 36 grados sera cada uno

delos otros, sobre la base de 72 y el externo sera COA de 108 con lo qual sera el angulo O de 36 y por consiguiente los triangulos OBC, ABC seran equiangulos, y semejantes. Pr. la semejanza de los triangulos sin condzen mas que del Radio se hallara la Cuerda AB, y por consiguiente su mitad que es el seno de 18 grados, porque suponiendo el Radio BA = AC = x, y la Cuerda AB que se busca = z seran proporzionales los siguientes .... BO..BC::B..BA

$$x+z..x::x..z$$

Luego $zz+xz=xx$, y añadiendo el quadrado del semi coefiz.te se tendra $zz+xz+\frac{x^2}{4}=x^2+\frac{x^2}{4}=\frac{5x^2}{4}$ cuia Raiz es $z+\frac{x}{2}=\sqrt{\frac{5x^2}{4}}$, y quitando $\frac{x}{2}$ se tendra el valor de $z=\sqrt{\frac{5x^2}{4}}-\frac{x}{2}$ que es igual ala Cuerda AB de 36 grados.

Calqulo.

Supuesto el Radio $r = 100000$ se

ra .... $x^2 = 10000000000$

.... $5x^2 = 50000000000$

.... $\frac{5x^2}{4} = 12500000000$

y .... $\sqrt{\frac{5x^2}{4}} = 111803$

de quien restado $\frac{x}{2} = 50000$

se tendra. $x = \sqrt{\frac{5x^2}{4}} - \frac{x}{2} = 61803$ por

el Valor de la Cuerda AB

y su mitad .... $30901\frac{1}{2}$

sera AR seno de 18 g.s

Propos.n 2.a Probl.a

Dado el seno de un arco, Hallar el de su Compl.to ó difer.a al quadrante, ó de 90 grados.

Resoluz.n y demost.n

Siendo MK seno del arco RM y siendo ML su Coseno, o seno de su Complem.to MB, se del Quadrado del Radio CM se Resta el Quadr.º del Seno KM = CL, y de la difer.ª se saca la Raiz Quadrada se tendra el Coseno ML, por q.e (p.n 17) $\overline{CM}^2 = \overline{CL}^2 + LM$: esto es el quadrado del Radio ygual a la summa de los Quad.s del Seno, y Cohoseno de qualquier arco

Corolario.

teniendo el Seno MK y hallado el Cohoseno LM = LK se tendra el Seno verso RK, y por consig.te la Cuerda RM cuia mitad RO es el Seno de RS mitad del arco RM: Con que dado el Seno de un arco se hallara sîpre el de su mitad.

Propos.n 3.a Problema.

Dado el Seno RM del arco RN hallar el Seno KS del arco KMR duplo de RN

Resoluz.n y demostraz.n

Siendo equiang.s los dos triangulos

CMR, RSK seran pp.^{s} CR.. CM :: RK : KS con que hallando el seno 2.° CM del arco RN, y la Cuerda RK del arco duplo (p.^{n} la p.^{n} y Cor.° de la p.^{r} ante^{e}z) quanto pp.^{l} al radio CR al Coseno CM y ala Cuerda RK sera el seno KS del arco duplo.

Propos.^{n} 4.^{a} Problema.

Dados los senos KO, NL delos arcos KN, NR hallar el seno KM dela suma de dhos arcos.

Resoluz.^{n} y demost.^{n}

Hallense lo s.° los Cosenos CO CL y tirando por el punto O las OS, OP paral.^{s} á CR, y MK se tendran los triangulos COP, CNL con lo qual seran pp.^{s} .. CN..NL :: CO..OP = SM. tamb.^{n} los triang.^{s} OSK, CNL, o bien COP son semejantes por que los ang.^{s} en S y P son rectos, siendo R + X = R + Z tam.^{n}

por razon, sera el angulo X = Z y el terz.º yg.l al terzero: con lo qual seran prop.s PN . . CL : : KO . . KS y sumando este quarto prop.l KS con SM que se hallo por la otra proporz.n se tendra MK seno del arco KNR suma delos dos propuestos.

Propos.n 5.a Problema

Dados los senos MK, IN delos arcos KR y NR hallar el seno KO dela diferencia MK de dichos arcos.

Resoluz.n y demostraz.n

Hallense lo 1.º los Coss senos CM, CI y siendo semejantes los triang.s CIM CMS seran pp.s CI . . IN : : CM . . MS, con cuia proporz.n hallada MS y restandola de MK se tendra SK y en los triang.s semeg.s CXI, OSK seran prop.s CM . . CL : : SK . . KO y este es el seno que se busca.

Propos.^n 6.^a Probl.^a

Dados los senos FH, KM de los arcos FR, KR cuia difer.^a no pase de 15 minutos Hallar el seno SL del arco yntermedio RF.

Resoluz.^n y Demostra.^n

No siendo el arco MK de 15 minutos, puede sin error sensible considerarse como linea recta, y por consig.^e en los triang.^s FVK, SPK se haran propor.^s el arco FK en minutos a FV difer.^a de los senos FH, KM como el arco KS en minutos á SP y añadiendo este quanto propor.^l al seno ∠ KM = PL se tendra SL seno del arco SR que se busca.

Scholio.

Por medio de las cinco primeras propos.^s se pueden hallar 12. senos que dispuestos en orden se exceden el vno al otro en 15 minutos q por el problema antezedente se hallan todos los dem.

Propon. 7.a Problema.

Dado KS seno de vn arco RK hallar la tang.e RM y la secante CM.

Resolución

Buscado el Cosiseno CS a las CS, SK, y CR se hallara vna quarta ppl, y esta sera la tangente RM: para la secante se buscara vna terz.a ppl. al Cosiseno CS y al radio, y esta sera CM. Vno y otro se ve claramente por la semejanza de los triang.s CKS, CMR.

Scholio.

Por esta propon. conocidos los se nos de todos los arcos se hallaran sus tangentes, y secantes.

Capitulo 2.º

Dla Natur.ª y Uso de los Logarithmos.

Definiz.n 6.ª

Logarithmos, son unos Numeros artificiales, que estando en progresion Arithm.ca corresponden a otros absolutos, o naturales, en prog.n geomet.ª La Voz Logarithmos se compone dela Diccion Logos, que significa razon, ô relazion y de Arithmos que quiere dezir numeros de suerte que son unos numeros que hazen relazion â otros

Fueron introduzidos los Logarithm.s en el Cano trigonom.co el año de 1614 por D.n Juan Nepero Cavallero Escotez para facilitar los Calq.s pues como

cuenta de la nat.ª de las prog.s geom.ca
y arithm.ca las operaz.s tienen la
Corresp.ª siguiente.

En la Geom.ca	En la Arith.ca
El multip.n corresp.e	al sumar
el partir	al restar
El quadrar. . .	al duplicar
El Cubicar......	al triplicar
El sacar la raiz quad.a	al sacar la mit.d
El sacar la raiz Cub.ca	el sacar el terc.º

De suerte que aviendo de buscar un
quarto pp.l a tres num.s dados en una -
progresion geometrica se buscara
usando de los Logarithmos un quar
to Arithmetico a los tres numeros
que Correspondan a los otros tres de
la prog.n arith.ca y el quarto arit
hm.co que se halle Correspondera
al quarto geometrico.

Prog.n Geom.ca	Logarith.s
1	3
2	5
4	7
8	9
16	11
32	13
64	15
128	17
256	19

Exemplo 1.º

Si a los tres Numeros 4, 8, y 32 de la progresion Geomet.ca, se quiere buscar su quarto proporzional numero de los Logarithmos corresp.s a 8 y 32 que son 9 y 13: y restando de la summa 22 el Logarithmo 7, que corresponde al 4, se tendra el Logarithmo 15 que corresponde al quarto geom.co de 64.

Exemplo 2.º

si se quiere la Raiz quadrada de 64–

añadase á su Logarithmo 15 el Logarithmo dela Unidad, que es 3 y se tendra 18, cuia mitad 9 es el Logarith.º Corresp.te ala Raiz Quadrada 8: La Raiz, es, p.r que la Unidad, La Raiz, y el Quad.º son Continuos proporzionales.

Tabla.

Prog.n Geom.ca	Logar.s
1	0.0000000
10	1.0000000
100	2.0000000
1000	3.0000000
10000	4.0000000
100000	5.0000000
1000000	6.0000000
10000000	7.0000000
100000000	8.0000000
1000000000	9.0000000
10000000000	10.0000000
1000000000000	

Scholio

Qualq.a progresion Arithmetica pue de servir de Log.s a otra geometrica

pero no todas tienen la Comodidad de
la Anteced.^e Lo 1.^o porque la Unidad en
la progresion Geom.^ca ni multip.^do aum.^ta
ni partiendo diminuye. Lo 2.^o el Lo
garithmo dela Unidad deve ser Zero,
para q.^e ni sum.^do aumente, ni restando
diminuya: Y asi para hallar el produc
to de dos Num.^s bastara sumar sus Lo
garithmos, porque siendo proporcion.^s
la Unidad, el multip.^do el multip.^r y el pro
ducto, para hallar el quarto termino
se han de sumar el Logarithmo del 2.^o y 3.^o
y dela Summa se ha de restar el Logarit.^o
del 1.^o que es la Unidad: luego siendo
Zero, bastara para tener el Logarith.^o
del producto, sumar los Logarithmos del
multip.^do y multiplicador. Del mismo modo
para sacar la raiz quadrada de un Nu
mero bastara tomar la mitad de su Lo
garithmo; porq.^e siendo Continuos prop.^s

la Unidad, La Raiz, y el Quadrado, se devera tomar lamitad dela suma delos Logarithmos del 1.º y terzer termino, y dha mitad sera el Logarithmo dela Raiz; luego siendo Cero el Logarithmo dela Unidad, bastara tomar la mitad del del Quadrado.

Scholio 2.º

Las tablas Ordinarias Contienen los Logarithmos delos Num.s absolutos, ó naturales desde 1 hasta 10000 pero entre ellos solam.te los Logarithm.s de 1, 10, 100, 1000, y 10000, son term.s dela progression Antezedente: y para Hallar los Logarithmos, que Correspondan alos Numeros yntermedios, entre 1, 10, 100 &.ª se buscaron 1.º los Logarithmos delos Num.s primos 2, 3, 5, 7, &.ª lo que se hizo deste modo.
para Hallar el Logarithmo de 2,

que esta entre 1, y 10, se le añadieron
ala derecha de dos y ceros, y igual Num.º
de Ceros, y se buscaron muchos me
dios geometricos entre el prox.º menor
y el maior, hasta hallar sensiblem.te
el 2 con igual num.º de Zeros añadidos,
y al mismo tiempo se buscaron otros
tantos medios Arithmeticos entre el
Logarithmo de uno y de diez, y se hallo
que el Logarithmo prox.º de 2, era 0.
3010300. de este modo se hallaron
los Logarithmos delos demas num.s
primos; con lo qual sumando des-
pues el Logarithmo de dos con el de 3
se tuvo el de 6; sum.do el de 2 con el
de 4 se tuvo 8; y asi delos demas.

Corolario

El Logarithmo de qualq.r quebrado
deve ser negativo, respecto de ser Ce
ro el Logarithmo dela Unidad.

definizion 7.a

La primer Nota dela yzquierda en quatq.a Logarithmo, que esta separada con un punto, se llama Caracteristica q.e indica otras tantas notas menos una, como tiene el Numero à quien Corresponde: de modo que si, el Caracteristica es un 3 seran 4 las notas del num.o si es un 5 seran 6. &c.a

El uso dela tabla Logarithmica se Comprehende en los Prob.s siguientes.

Propos.n 8.a Problema.

Dado un quebrado como p.r exemplo $\frac{3}{10}$ hallar su Logarithmo.

Resoluzion.

Busquese en la tabla el Logar.o de 3, que es 0.4771212. busquese tambien el de 10 que es 1.0000000 restese este del 1.o y la difere.a 0.—0 5228788, es el Log.mo que se pide.

Demostrazion

Siendo el Denom.^r al Numerador, como la Unidad al quebrado, esto es 10..3::1..$\frac{3}{10}$. si dela suma de los Logarithmos de 3 y 1 se resta el Logarithmo de 10 se tendra el Logar.^o de $\frac{3}{10}$ y siendo el dela Unidad cero, bastara restar el Log.^{mo} de 10 del de 3.

Prop.^n 10 Probl.^a

Dado un Logarithmo negativo 0.–0 5228788 hallar el quebrado quele corresponde.

Resoluzion.

Elixase por denom.^r qualq.^a numero como 10, cuio Logarithmo es 1000000 sumese este con el Logar.^o dado, y se tendra 0.4771212 que buscado enla tabla corresponde â 3, y este sera el Numer.^a y p.^r consig.^e el Quebrado sera $\frac{3}{10}$.

Esta operazⁿ es la prueva dela Antezedente.

Propoⁿ 10 Problema.

Dado vn Entero y Queb.º como $17\frac{12}{100}$ Hallar su Logarithmo.

Resoluzion

Reduzcase el Entero ala Especie del Quebrado, y se tendra $\frac{1712}{100}$ busquese enla tabla el Logarithmo de 1712 que es 0. 3. 6732. 53. busquese tambien el de 100 que es 2.0000000 Restese este del primero, y la diferª 1. 6732. 53 es el Logarᵐᵒ que se e busca (como consta dela proposion 9)

Propⁿ 11 Problema.

Dado vn Logarithmo 1. 6732. 53. que no esta enla tabla, pero que no excede al maior de ella: Hallar el Entº y quebrº que le Corresponde.

Resoluzion

Busquese en las tablas el Logarithmo proximo menor que es 1.6720979 á quien Corresponde 47: busquese tambien el proximo maior que es el Logarithmo 1.6812412 notese la diferencia entre el maior y menor que es 91433, y asimismo la diferenzia entre el menor y el dado que es 11074: Elijase por denominador qualquier numero como 100, y a las tres Cantidades 91433, 11074, 100, Hallese el quarto proporzional 12 que sera el Numerador del quebrado, y el Numero á quien Corresponde el Logarithmo propuesto sera $47\frac{12}{100}$.

De otro modo.

Busquese en las tablas el Logarithmo dado como si el Caracteristica fuere 3 y se hallara que Correspon

de à 1702, y por que el Caracteristi
ca del Logarithmo dado tiene dos unida
des menos, se quitaran las dos ulti
mas notas dela derecha del numero
hallado, y se pondra como numerador
dedna fraccion, cuio denominador es la
unidad con tantos Zeros, como notas
se quitaron, y se tendra $17\frac{12}{100}$.

Propos.n 2.a Problema.

Dado un numero maior que el ultimo
delas tablas hallar el Logarithmo.

Resoluzion.

Sea el numero dado 2661616, par
tase por otro qualquiera como 1000
de suerte que el Cociente 2661 y
$\frac{616}{1000}$ sea menor que el ultimo delas
tablas; busquese delos 2661 que es
3.4251567, escrivase el proximo ma
yor que es 3.4252018; sa quese la
diferenzia que es 451 y hagase la pro

porzion como 1000..616 asi 449..x = 277
que añadido al Logarithmo menor se
tendra 3.9851846, y sumando este
con el Logarithmo de 1000 q.e es 3.0000000
la suma 9851846 sera el Logarith.mo q.e
se pide correspond.te al numero dado.

Scholio.

Siendo el numero dado, el producto
de 2 raizes 9782 y 988 se buscaran
sus Logarithmos q.e son 3.9904277,
2.9947569 y la suma 6.9851846 es
el Logarithmo que se pide.

Propos.n 13. Problema.

Dado un Logarithmo 6.9851846 ma-
yor que el ultimo de las tablas ha-
llar el numero que le corresponde.

Resoluzion.

Del Logarithmo dado restese
otro qualquiera como el de 1000;
de suerte que la difere.a 3.9851846

sea menor que el Ultimo delas tablas, y en no Hallandose en Ellas se Escriva por denominador Un Numero qualquiera Como 1000 y por el Problema 11, se hallara que dicho Logarithmo Corresponde à $3661\frac{646}{1000}$ Cuio numero multiplicado por 1000 dara 3661646 que es el Numero Correspte. al Logarithmo propuesto.

Scholio 1.º

Quando en las tablas de senos, estan solamente los Logarithmos se podran hallar por este Problema los senos y tangentes naturales.

Los Logarithmos delas secantes se omiten Comunmente por que sin ellas se resuelven todos los Casos de qualquier triangulo.

Scholio 2.º

Las tablas ordinarias solo Con-

tienen los senos y tangentes de los mi-
nutos, y grados de cada grado pero
no de los segundos, y asi p.a hallar
estos se obrara de este modo.

Exemplo.

Queriendo el seno de un arco de 19.°
13 minutos y 8 segundos, busquese el
seno de 19.° 13.' que es 9.5173824; to-
mese el seno proximo maior que es
9.5177447. Hallese la difer.a que es
3623 hagase la prop.n 60''..8''::3623..x=483
cuio cociente añadido al Logarithmo
primero dara 9.5174307 por el Loga-
rithmo de un arco de 19.° 13.' y 8.''

Si dado el Logarithmo 9.5174307,
se quiere saber â quantos grados, mi-
nutos, y segundos corresponde, se bus-
cara en las tablas su proximo menor
de 19.° y 13.' 5174307, busquese tambien su
proximo 7.19.° 14.' que es 9.5177447. tomese

la diferencia entre el menor, y maior q.e
es 6628, y buscando tambien la diferen
cia entre el menor y el dado que es
188 se hara la prop.n 3621.. 888:: 6..x =
8.'' Con lo qual se tendra el seno Co
rrespondiente al Logarithmo propu
esto de 19.° 13.' y 8.''

Lo mismo se entendera de las tan
gentes Logarithmas.

Definizion 8.a

Complemento Logarithmico es la diferencia de qualquier Logarithmo al del Radio, como si el Logarithmo 3.170856 se resta del del Radio 10.000000 la diferenzia 6.829141 se llama Complemento Logarithmico del Logarithmo dado. Quando el Logarithmo es maior que el Radio como suzede a las tangentes desde 45 hasta 90.° se toma la diferencia al duplo Logarithmo del Radio y asi para Hallar el Complemento Logarithmico de Nº 1228856 se Restara del del Duplo del Radio 20.0000000 y la diferenzia 7.8771144 sera el Complemento Logarithmico.

Tambien se halla el Complemento Logarithmico sin nezesitar de escrivir el Radio, ni el Logarithmo, solo con tomar la diferenzia de todas las notas, empezando por el Caracteristica hasta 9 menos de la ultima significativa que se toma 10.

Propos.on 14. Problema.

A 3 numeros dados 992, 496, 744, Hallar un quarto proporz.l

Resoluzion.

Numeros.	Logarithmos.
992	2.9965117
496	2.6954817
744	2.8715729
	5.567.0546
	2.57.05429

Resoluzion.

Sumense los Logarithmos del 2.°
y 3.° termino y dela Suma restese
el Logarithmo del 1.° y se tendra la di
ferenzia 2.5705429 y la diferenzia
es el Logarithmo Correspte. al 4.° medio 372.

Scholio.

Sien Lugar del Logarithmo prim.°

992	C.L. 7.0034883
496	2.6954817
744	2.8715729
372	2.5705429

se escrive su Complemento Logarithm.co
se sumaran los tres Logarithmos y
quitando lo del Caracteristica dela Su
ma, que es lo mismo que restar el Ra
dio se tendra el Logarithmo del Nu
mero que se busca.

Siempre que se haga qualquier
Antalogia por los Logarithmos, se

Usara del Complemento Logarithmico del primer termino, p.ª q.e facilita las operaziones y Resultam.e se Expresa C. L.

Proposicion 45. Problema.

A 2 numeros dados como 192, y 196 Hallar su terzero proporzional.

Resoluzion.

196	2.2922561
su duplo	4.5845122
192	2.2833012
200	2.3012110

Del duplo Logarithmo de 196 se resta el Logarithmo de 192 y se tendra 2.3012110 que Corresponde â 200, y este es terz.º pp.l que se pide.

Consta delo dho, por la Correspond.ª delos Logarithmos con los num. naturales.

Proposicion 46 Problema

Entre dos numeros dados Hallar quantos medios Geometricos se qui sion. Resoluz.n

Suponiendo que se quieran hallar dos medios entre 124, y 992 siendo el primer medio igual $\sqrt[3]{aab}$, segun se dixo; se tomara el duplo Logaritmo de

124 = a 2.0934217
Duplo 4.1868434
b = 992 .... 2.9965117
Suma 7.1833551
248. terzio 2.3944517

Y sumando este duplo con el Logaritmo de 992 = b, sacando el terzio, dela suma se tendra 2,3944517 q.e es el Logaritmo Corresp.te al primero medio 248. Para hallar el segundo medio bastaria restar el Logaritmo del primer termino del duplo del primer medio, y buscando el numero Corresp.te ala difer.a se tendria el 2.o medio; pero queriendo hallar este sin buscar el prim.° siendo el segund.°

medio Tab.r b = 992 .... 2.9965117

duplo 5.9930234

a = 124 .... 2.0934211

Suma 8.0864445

496 terzio 2.6954817

se duplicara el Logarithmo de 992 = b
y sumando el duplo de 124 = a, se sa
cara el terzio de la suma, y este sera
el Logarithmo corresp.te al 2.° medio 496.
Si se quisieren 8, ó mas medios se bus
cara la expresion de ellos como, se en
seño en la progresion geometrica,
y se obrara á este modo, atendiendo
siempre ala correspond.a delos numeros
naturales con los Logarithmos.

✻✻✻ Capitulo 8.° ✻✻✻

Dela resoluz.n delos triang.s

Para resolver qualquier triangulo
rectilineo, se han de dar conocidas 3

Cosas que son dos Lados y un angulo, dos angulos y un Lado, ó bien los tres lados; con cuios datos se hallaran los de mas Lados y Angulos como se vera por las proposiziones siguientes.

Propos.n VI theorema

En qualquier triangulo los Lados son pp.s con los senos de sus ang.s opuestos.

Explicaz.n y demostraz.n

Sea el triangulo ABR; considerese ins-cripto en un Circulo y del Centro bajen-se sobre qualesquiera dos Lados las perpendiculares CI, CH, y se tendra BM mitad de AB, seno del arco BH me-dida del ang.o R, y BU mitad de BR se-no del arco BL medida del angulo A; pero los todos son pp.s con sus mitad. Luego AB..BM::BR..BU, esto es los Lados AB y BR proporzionales a los senos de sus angulos opuestos R y A.

Por esta Proposizion que es General para todo triangulo se Resuelven los Casos siguientes y todos sus semejantes.

Caso 1.°

En el triangulo Obliquangulo ABC Dado el Angulo B de 101.° y 7.' el angulo A de 32.° y 20.' y el Lado BC de 1548, Hallar el Lado AC.

Resoluzion.

Como el seno del ang.° A. 32.° 20.' C.L. 0.2717729
A su Lado Opuesto BC 1548 . . . . . . 3.1897709
Asi el seno del ang.° B = 101.° 7.' . . . 9.9917737
A su Lado Opuesto AC = 2840 . . . . 3.4533175

Caso 2.°

Dado el Lado BC = 1548, y AC = 2840 y el angulo en A de 32.° y 20.' Hallar el angulo en B.

Resoluzion.

Como el Lado BC = 1548 . . C.L. 6.8102291

Al Seno del ang.º A = 32.º 20.' 9.7282271.

Assi AC = 2840. .... 3.4533183

a su Lado opuesto 9.9918745

Scholio

En este Caso es necesario saber si el Angulo que se busca es obtuso ó agudo; porque el seno es 9.9917745 puede ser de los angulos 78.º y 53.' porque el suplemento al semicirculo es 101.º y 7.'

Caso 3.º

Dado el Lado BC = 1548, el Lado AC = 2840, y el Angulo A = 32.º y 20.' Hallar el Lado AB.

Lo 1.º por el Caso antezedente, se hallara el Angulo B de 101.º y 7.' con lo qual, y el angulo A conocido se tendra el tercero C de 46.º y 33.' y por el Caso primero se hallara el Lado AB de 2101 varas.

Scholio.

En el triangulo Rectangulo se resuelven del mismo modo todos los Casos semejantes a los propuestos advirtiendo, que el seno del angulo recto es el Radio; pero quando no se dan conocidos mas que los dos Lados AB, y BC y se quieren los demas angulos o bien la Hypotenusa AC, Considerese descripto un Circulo con qualquier yntervalo AC y el Centro A y se busca este angulo y tirando su tangente LH se hara la proporzion como el Lado AB al lado BC, asi el Radio AL a LH tangente del angulo A, y conocido se tiene tambien el ang.° C, y si se quiere la Hypotenusa por la proporzion antezedente la qual pudiera tambien hallarse por la (47 del 1.° de Euclides)

Lemma.

Si la semidiferencia de dos Cantidades se añade ala semisuma se tendra la Canidad maior, y si se resta se tendra la menor.

Demostrazion.

Sea la Cant.^{d} maior .... $= a$

la menor .... $= b$

Sera la semisuma ..... $\frac{a+b}{2}$

y la semidifere.^{a} .... $\frac{a-b}{2}$

pero sumando $\frac{a+b}{2}$ con $\frac{a-b}{2}$ se tiene la suma $= a = \frac{2a}{2} = a$: y restando $\frac{a-b}{2}$ de $\frac{a+b}{2}$ se tiene la difer.^{a} $\frac{2b}{2} = b$. Q.^{a} D.

Proposis.^{n} 18. theore.^{a}

En qualquier triang.^{o} Escaleno ABC son proporzionales Como la suma de dos lados AC + CB ala diferenzia delos mismos, asi la tangente dela mitad dela suma delos angulos opuestos A y B ala tang.^{te} dela semidif.^{a} delos mismos

Preparazion

Con el Interv.º del menor delos dos lados BC, haz.do Centro en C, descri vase un Circulo, prolongese AC hasta N por H y B tirese la HK; tirese tambien BH y paral.ª á ella la AK.

Demostrazion

El ang.º Externo S es ygual o+m, y siendo por formado en el Centro duplo de BHC sera este ang.º BHC, o bien su ygual $x+o=\frac{m+o}{2}$: esto es ygual á la semisuma delos angulos O y M; y si desta semisuma $\frac{m+o}{2}$ se quita el angulo O quedara el ang.º $x=\frac{m-o}{2}$ esto es ygual ala semidifer.ª delos mismos Angulos M y O: y siendo el angulo K recto por razon delas paral.s AK, HB sera KB tangente del angulo R que es la semidif.ª entre los angulos M y O, y KN tangente del ang.º $\frac{x+m}{2}$ que es la semisuma delos mismos:

pero por razon delas paral.^s AK y BH, son prop.^s AH suma delos lados AC, y CB á AH difer.^a delos mismos como KH á KB. Luego. &c.^a

Scholio

En esta proposizion se funda la resoluzion delos triangulos, quando no se dan conoz.^s mas de dos Lados y el angulo comprehendido; como se verá en los Exemplos siguientes.

Exemplo

En el triang.^o obliquang.^o ABC dado el Lado $AB = 2345$. $BC = 3254$, y el angulo $B = 76.^\circ$ y $32'$. Hallar los angulos A y C.

Hagase la proporzion
como la suma delos dados $AB + CB$ } 5599

$AC = CB = 5599$ C, L 6.2518895

a la difer.^a delos mismos $= 909$ 2.9585639

a vi la tang.^o de la Semisuma } 51.° 44.' 10.1002796
de los ang.^s A y C . . . . }

a la tang.^e de la semidif.^a de los mis.^s = 11.° 38.' 9.3131820.

Hallada la semidif.^a de los angulos A, y C = 11.° y 38.' si esta se añade a la semisuma 51.° y 44.' se tendra por el (Lema antez.^te) el ang.^o maior A = 63.° y 22.' y si se resta de dha semisuma dara el angulo menor C de 40.° y 6.'

Exemplo 2.°

Dado el Lado AB = 2345. BC = 3254. y el ang.^o B de 76.° y 32.' Hallar el Lado AC.

Para esto se hallaran 1.° los ang.^s A y C, y despues p.^r la pro.^n antez.^te se bus cara el Lado AC.

Scholio.

Tambien pudiera resolverse este Caso vajando una perpend.^r desde de los angulos que se buscan p.^r medio de los triang.^s rectang.^s que se formarian.

Propos.n 19 theore.a

En qualq.a triang.o escaleno; si des de el angulo maior cae una perpendicu.r sobre la base, ó Lado maior seran ppd. este Lado ala suma delos otros dos, como la difer.a de estos ala diferencia delos segmentos que corta la perp.r en el Lado maior.

Explic.n y Demost.n

Sea el triang.o ABC: descrivase conel Lado menor BC el circulo LS prolonguese AC hasta S, y sera AS suma delos Lados obien sera $AS = AC + CB$ y $AL = AC - CB$ bajese la perpend.r CR y la parte AH sera $= AR - RB$ esto es la difer.a entre los segmentos, que corta la perpendicular pero (Cor.o 36 del 3.o de Euclides) son proporcionales... AB.. AS :: AL.. AH Luego &c.a

Corolario.

Conocida la difer.ª AH entre los seg-
mentos que corta la perpend.ʳ y restan-
dola del Lado maior AB; se tendra
HB, cuia mitad sumada con la AH
dara AR y por conseq.ᵗᵉ se tendran
los segm.ᵗᵒˢ AR, y RB.

Scholio

En esta Propos.ⁿ se funda la Resoluz.ⁿ
del triang.º oblig.ˡᵒ dados los tres lados.
como se vera en el Exemplo siguiente.

Exemplo.

En el triangulo ABC dado ....
el Lado maior AC = 200 ....
AB = ... 128. ....
y BC = ... 180 ....
hallar el angulo en A ....

Resoluzion

Debe Resolverse en los terminos
siguientes por ser mas comben.ᵗᵉ,

Como el Lado 7 AC = 200, C. L

a la suma de los otros dos AB + BC.

Resoluzion

Sumense los lados AB y BC y se tendra 308, restense, y sera la difer.ª 52 con lo qual se hallara la propor.n siguiente ~~~~~~~~~~~~~~

Como el Lado 7 AC = 200. C, L. 7.698970

a la suma de los otros dos AB + BC .. } 308 ... L. 2.488551

Asi la dif.ª de estos = 52. 1.716003 }

a la dif.ª de los seg.s AH = 80. 1.903520 }

Restando 80 de 200 que es el Lado mayor, se tendra HC = 120 cuia mitad sumada con 80 dara el segmento AR = 140.

Conocido el segmento AR en el triang.º rectangulo ABR se hallara el angulo A, con la prop.n siguiente

Como la Hipoc.ᵃ AB = 180. C. L. 7.7447276

Al Radio BC 10.0000000

Asi el Lado AR ═══ 140.2.1161280

Al Seno del angulo ABR ~~~~~~

teniendo el angulo ABR y el angulo recto, se hallara el angulo A. ~~~~~~~~~~~~~~~~

FIN DEL LIBRO. 1º.

Libro 2.º

De la Construzcion de las figuras planas.

Propos.on 1.a Probl.a

Dado la Hipotenusa AC, y un Lado BC de un triang.o rectang.o constru-yr el triangulo.

Resoluz.n y demost.n

Sobre la Hypotenusa AC, describase un semicirculo y acomodando en el desde A ó desde C, la BC que sea por Exp.o = AM, tirese la MC; y se tendra el triangulo como se pide. p.s sea el ang.o en el semic.o AMC recto.

Si la BC no se pudiese acomodar en el semic.o el Prom.a es ympos.ble

Propos.on 2.a Probl.a

Dado la Hypotenusa AC, y un Ang.º X
Construyr el triang.º rectangulo.

Resoluzion.

Descrivase sobre la Hypotenusa un semic.º form.do ACM = x; y tirando la recta MA; se tendra el triangulo rectangulo, que se pide.

Propos.n 3.a Probl.a

Dadas dos rectas y un ang.º formar un Paralelogramo.

Resoluz.n y demost.n

En el Punto R formese el angulo SRM ygual al dado, cortese RM = AB. por M, tirese MK = y paral.a a RS y tir.do la SK se tendra el paralelog.º que se pide. (Consta de la 33 y 34 del 1.º de Eu.)

Propos.n 4.a Probl.a

Sobre una recta dada AB describir un Quadrado con sola una abertura de Comp.s

Resoluzion

Con el Intervalo AB haz.^do Centro en A, descrivase un arco: con el mismo yntervº. hagase desde B la ynterⁿ. S des de S la yntersⁿ. H y desde S, y H; la ynterceccion K: tirese la Recta AK y desde C y B con el mismo yntervº. Ŝ pre hagase la yntersⁿ. R a cuio tirº. las BR y CR se tendra el quadrado AR construydo como se pide.

Demostrazⁿ.

Tirando la diagˡ. CB los triangˢ. CAB CRB son totalmᵗᵉ. yguales luego el angº. CAB = CRB: del mismo modo si se tirase la diagˡ. AR se seguia ser el angº. ACR = ABR: pero siendo el triang.ᵒ ABS equilatero se tiene el angulo SAB de 60º. y siendo tambⁿ. los triangˢ. HKA, ASK totalmᵉ. yguales se tiene el angº. CAS de 30º. por mi tad del angulo HAS, luego todo el angulo CAB es recto; y p.r consi guiente su ygual R; y semirectos los angulos N y M. lo mismo se ve en el otro triang.o Luego los ang.s C y B son rectos y AR el quadrado que se pide.

Corolario.

de aqui se sigue el modo de levantar una perpend.r en la extremidad de una recta dada.

Propos.n 5.a Probl.a

dada la base AB, la altura AR y uno de los ang.s de la base AX conseguir el triangulo. formese.

Resolu.n y dem.n

formese en el punto A el ang.o BAS = X y por R la RS paralela a la base AB y tirando del punto S la SB el triangulo BAS sera el q.e se pide.

Propos.n 6.a Probl.a

Dada la Base AB; el angulo Vertical X y la altura AR construir el triang.o

Resoluzion

Describase sobre AB un segmento de Circulo, Capaz de recibir el angulo X, levantese en A la perpend.r AR = a la altura y tirando por R la RS parale la a la base determinara el punto S en el Circ.o al qual tirando las Rectas AS, SB se tendra el triangulo ASB que se pide.

Proposiz.n 7.a Probl.a

Sobre una Recta dada RS hazer un triangulo semej.e al triangulo ABC.

Resoluzion.

formese el ang.o R = A el ang.o S = B y el terz.o K sera = al terz.o C. y por Consig.e semej.s los triangulos.

Propos.n 8.a Problema.

Sobre una Recta dada KM formar
un Rectilineo semej.te al Rectilineo F.

※ Resoluzion ※

Dividase el Rectilineo dado en triang.s
por las Rectas BC, BR: y sobre KM
formese el triang.o KLM semej.e al
triangulo ABC: sobre LM, el triang.o
MLP semejante à CBR; y sobre MP,
el triangulo MNP semejante à BSR
con lo qual se tendra construydo el
Poligono H semej.e al dado; por es-
tar dividido en ygual numero de
triangulos semejantes.

※ Escholio ※

Sea un plano AL cuia escala es, am, se
quiere reducir a otra escala menor, xs,
formese delas dos, el triang.o isoseles
TVX, demodo q.e TV sea la mayor, y
VX la menor. Tomese dentro del pla
no AL qualq.a punto F, y descrivi.do un Circ.o,
se tiraran radios p.r todos los angulos

del plano, hasta que Corten ala Circun
ferencia; Con el mismo yntervalo descri
vase otro Circulo; y en el Centro H; for
mense ang.s y g.s y Corresp.s alos deel
Centro F; tomese despues TZ en el tria.o
Isozeles y g.l CF; y la ZI paral.a à VX
tomada desde el Centro H en el Radio
Corresp.te à FC dara la HV corres-
pondiente à CF; y haz.do lo mismo
con todas las demas se tendra Cons
truydo el Plano semej.te al propues
to y Correspondiente ala Escala RV

Scholio 2.°

Si el plano KN se ha de aumentar dela
Escala RS otra maior, am; en lu
gar del triangulo Isozeles, se for
mara Con las dos Escalas un an
gulo qualq.a EDO; de modo, que ED sea
= RS y DO = am: Con lo qual tirando
la recta EO yndeterminada y tomando

en la ED prolongada los lados del plano KN y las paral.s al lado DO seran los lados corresp.s al plano AL.

Propos.n 9 Problema.

Sobre una recta AB formar un exagono regular.

Resoluzion

Con el interbalo AB hagase la yntercecion C, y describiendo un circulo con el mismo ynterbalo y el centro C se acomodara en el seis vezes la recta AB por ser el radio ygual a la cuerda de 60°.

Propos.n 10 Problema.

Sobre una recta RS formar el octogono regular,

Resoluz.n y demostraz.n

Dividase la RS por medio en K y saque en este punto una perpendicular hagase KP = RK y tirando RP cortese ygual a ella PC = RP y desc.do un circulo

con el Centro C y el Radio CR se aco
modara en el ocho vezes la Recta RV=
por que siendo el triang.º RKP y sus.
Rectangulo, sera el angulo X semirrec.to
y por consiguiente Recto el ang.º RPV,
pero RPV es duplo del angulo RCV, por
ser el Externo X duplo de Z: luego=
RV sera Cuerda de 45 grad.s y por
consig.te se acomodara ocho vezes
en la Circunferencia.

Propos.n VI.a Probl.a

Sobre la Recta AB formar el Duodecago
no, o polig.º Regular de 12 lados.

Resoluz.n y demostraz.n

Levantese en medio de AB una per
pend.r Cortese en ella desde A, AR=
AB y tamb.n se hara RC=AR con lo
qual describiendo un Circulo p.r el Radio
CA y el Centro C se acomodara en el
doze vezes la Recta AB. por que sien
do

el Angulo ARB de 60; duplo del angulo C, por ser X duplo de R, sera AB Cuerda de 30 gr; y por Consig.te se acomodara doze vezes en la Cir-cunf.a del Circ.o cuio radio es CA.

Lema.

En qualquier triang.o Isozeles ABC cuios ang.s sobre la base son du-plos del vertical y la recta AR div.de p.r medio uno de ellos cortara al Lado opuesto CB en media y extrema razon

Demostrazion.

Por ser el angulo Z = x sera asi el mismo como el otro igual al ang.o C y p.r Consig.e AR = RC: tambien los triangulos ACB, ARB ten.dos el ang.o x = C y el angulo B comun seran equiangulos; luego seran prop.s por conv.d CB .. BA :: AR .. RB. pero sien-do el ang.o ARB = al ang.o A = B —

es el Lado AB = AR = RC q.e es 8.a

Corolario 1.o

En el triang.o Isoz.s ARB cada uno de los ang.s sobre la base es duplo del vertical; pues en este triang.o como en el otro ACB el ang.o vertical sera de 36 grados, y cada uno de los de la base de 72.

Corolario 2.o

Si una Recta CB se divide en media y extrema razon en R y se descrive con ella un Circulo se acomodara 10 vezes en su Circunferencia el segmento maior CR.

Proposiz.n 12 Probl.a

Sobre una Recta dada AB formar el pentagono regular.

Resoluzion

Dividase la Recta dada p.r medio en R. y levantese en este punto una perpend.^{r} yndeterminada; levantese tambien en el extremo B, la BS = AB, tirese RS y con este yntervalo desde R, cortese la AB prolongada en el punto K: con la distancia AK desde A, ó desde B determinese el punto C en la perp.^{r} RC, y formando el angulo CAO = R, será OA radio deste Circulo en cuia Circunferencia se acomodará 5 veces la recta AB.

Demostraz.^{n}

(Por la (6.^{a}) del 2.^{o} de Euc.) se tiene $AK \times BK + \overline{RB}^2 = \overline{RK}^2 = \overline{RS}^2 = \overline{RB}^2 + \overline{BS}^2$, (47 del 1.^{o}) y quitado el quad.^{o} RB será $AK \times BK = \overline{BS}^2 = \overline{BA}^2$: luego la recta AK está dividida en media y extrema razon en el punto B. y por consiguiente si con el radio CA = AK se describe un circ.^{o} la AB se acomodará 10 veces en la Circunf.^{a} (cor.^{o} 2.^{o}) o será la cuerda de 36.^{o}

pero el ang.º AOB es duplo del ang.º C luego si con el radio AO se describe un Circulo la recta AB sera Cuerda de 72.º esto es se acomodara 5 vezes en la Circunf.ª

Corolario.

De aqui se sigue la Construccion del Decagono, pues como se ha dho, si con el Interv.º CA se describe un arco, la AB se acomodara 10 vez.s en la Circ.ª,

Scholio.

No ay modo Geometrico para formar sobre una recta dada los Poligonos regulares de 7, 9, y 11, lados pero la siguiente practica es facil y proxima a lo Justo.

Propos.n 13 Problema

Sobre una recta dada AB formar los Polig.s regulares de 7, 9, 11, Lad.s

Resoluzion

En el punto R mitad de AB Levantese

vra perpendicular; desde B con la distancia AB descrivase el arco AL dividase este arco en 6 partes y 7/8 y dase LC = ala distancia L4, LH = 13 y LK = 15: Con lo qual descriviendo un Circulo con el Radio CB se acomodara en el 7 vezes la Recta AB descriviendolo con el Radio HB se acomodara nueve; y finalm.te 11; si se descrive con el Radio BK.

FIN DEL LIBRO. 2°.

+

Libro 3.º

dela Inscripzion y Circunscripcion delas figuras rectilineas en el Circulo.

Definizion 1.ª

figura ynscripta en el Circulo; es la que tiene todos sus angulos en la Circunferencia en este caso el Circulo se dize Circunscripto ala figura.

Definizion 2.ª

figura Circunscripta al Circulo es la que tiene todos sus Lados tangentes ala Circunferencia, y en este caso el Circulo se llama, ynscripto ala figura.

Proposicion 1.ª Problema

Dado el Circulo AR ynscrivir en el Exagono regular.

Resoluzion

Señalense con el radio en la Cir-
cunfere.a los puntos A, B, M. &a. y ti
rando rectas de uno un punto a otro
se tendra el Exag.o Inscripto, pr.
ser el radio ygual a la cuerda de 6o.

Propon. 2a. Probl.a

Inscrivir en un Circ.o el Poligono
regular de doze Lados.

Resoluzion

Determinense los puntos para el
Exag.o y divid.o cada arco AB en
dos partes yguales y tirando las
rectas AL, LB &a. se tendra el Po
ligono de 12 Lados.

Propon. 3a. Probl.a

Dado un Circulo Inscrivir en el
el triangulo Equilatero.

Resoluzion

Dividase la Circunf.a en 6 partes yg.s

y tirando rectas a cada dos deellas se tendra el triang.º Equil.º ynscrip to BRK.

Propos.n 4 Probl.a

Dado el Circulo AR ynscrivir en el un triang.º semejante al triang.º dado LHK.

Resoluzion

tirese qualq.r recta SR tangente al Circulo: formese en el punto del Contacto el ang.º X = H y Z = L y tirando la recta MX se tendra el triangulo MRX semejante al dado. (Consta dela p.n 32 del 3º) porque p.r ella los ang.s -

Propos.n 5.a Problema

Dado un Circulo descrivir un Quadrado.

Resoluzion

tirense los diametros AB, RH

en Angulos Rectos, y tirando las Cuerdas AH, HB, BR, y RA, se tendra el quadrado por q.e todas quatro Cuerdas son yg.s entre si y los ang.s A, H, B, y R rectos; por Componerse cada uno de dos Semirectos.

Propos.n 6.a Problema

Dado un Circulo ynscrivir el Obtagono Regular.

Resoluzion.

Dividase cada quadrante por medio, y tirando Rectas AK, HK &c.a, se tendra ynscripto el Obtag.o Reg.r

Lema.

El Quad.o dela Cuerda de 72 g.s es ygual alos Quadros del Radio y dela Cuerda de 36.

Explicazion.

Sea AB cuerda de 72 g.s y AR cuerda de 36: digo q.e sera $\overline{AB}^2$ = al qua

$\overline{BC}^2 + \overline{AR}^2$.

Preparazion

Divídase el arco AR por medio con el radio CM, y tírese RP.

Demostraz.^n

Por ser el arco AM mitad de AR será el angulo X de 18.° por consiguiente Z de 54, con lo qual siendo tamb.^n en el triang.° Isozeles ABC el angulo B de 54; serán semejantes los triang.^s Isozeles ACB, CBP y p.^r consig.^e pp.. AB..BC::BC..BP.

Luego.......$AB \times BP = \overline{BC}^2$:

tambien son semejantes los triang.^s Isozeles ARB, ARP, por q.^e tienen el angulo A comun; luego serán proporz.^s... AB..AR::AR..AP, y por consig.^e.. $AB \times AP = \overline{AR}^2$.

y sum.^do ygu.^s con ygu.^s se tendrá $AB \times AP + AB \times BP = \overline{BC}^2 + \overline{AR}^2$:

pero $\overline{AB}^2 = AB \times AP + AB \times PB$

luego $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AR}^2$. que es 88ª.

Corolario.

Si una Recta AB se divide en media y extrema razon en S; y formando con los segm.tos el ang.o recto ASR se tira la Recta AR, esta sera Lado del pentagono, cuio radio es AS, por q.e en este caso RS sera (por el Cor.o del lema antec.te) cuerda de 36º o lado del decagono Regular.

Propos.n 7.a Probl.a

Inscrivir en un Circ.o el Pentagono Regular.

Resoluzion.

tirese el diametro AB, levantese perpend.r a el, el radio CR, dividase CB p.r medio en H cortese HK = HR, y tirando RK, esta sera ig.l al lado del pentag.o o cuerda de 72 grados.

Demostraz.n

Aviendose hecho HK = HR la recta BK esta dividida en media y extrema razon en C, y siendo el segm.to maior CB el radio, será p.d el (Cor.o anter.e) RK lado del pentagono regular.

Propos.n 8.a Probl.a

Inscrivir en un Circ.o el decagono regular.

Resoluzion

Hecha la Construczion para el pentagono se dividira cada arco en dos partes iguales, y tirando rectas à todos los puntos, se tendra el poligono de diez lados.

Propos.n 9. Probl.a

Dado un Circ.o inscrivir en el, los poligonos regulares de 7, 9, y 11, lados.

Resoluzion.

tírese el diam.º AB y con el hagase desde A y B la ynterzeccion R; divida se el diam.º en tantas partes yg.s quan- tos lados ha de tener el polig.º q.e se quiere.

y sup.to se quiere el de 7 dividido AB en 7 partes yg.s se tirara p.r la seg.a di- vision la recta RH; y tirando la Cuerda AH sera lado del Eptagono.

Si se quisiese el Polig.º de 9 lados se dividiria AB, como se ha dho en 9 partes yguales, y siempre se tirara p.r la seg.a division la recta RH.

Propos.n 5.a Probl.a

Circunscrivir un Circ.º à un triang.º ABC.

Resoluzion

dividanse qualesq.a dos lados AC, CB por medio en R, y S, y levantando en estos puntos perpend.s se cortaran en H; con lo qual se descrive su Circ.º con el radio HC; será Circumscripto al triang.º propto. pd. q.e pasará pd. los tres puntos A, B, C.

Propocion 11 Problema

Circumscrivir un Circ.º â qualquier poligono regular.

Resoluzion

Dividanse qualesq.a dos ang.s R y S, por medio con las rectas RC, y SC; y descrivdo. un Circulo con el radio RC, pasará por todos los ang.s del poligono, porque siendo todos sus lados AR, RS SB &a. yg.s resultarán totalmente yg.s todos los triang.s ACR, RCS, &a. y por consig.e serán yg.s enteramente las rectas CA, CR &a.

Propocion 12 Problema

Inscrivir un Circulo en qualquier triangulo ABC

Resoluzion

dividanse p.r medio qualesq.a dos angulos A y B con las rectas AO, BO; y tirando del punto O en que se cortan perp.s a todos los Lados; qualq.a destas perp.s sera el Ra dio del Circulo ynscripto: p.r que (p.r la 26 del 1.o de Euc.) los triang.s ARO, AOP son totalmente yg.s y p.r consig.e OR = OP. del mismo modo se demuestra q.e OK es ygual à OP: luego las tres perp.s OR. OP. OK y por consiguiente, el Circ.o descripto con el Radio OP pasara por los tres puntos P, R, K y siendo los lados perp.s a los Radios seran tangentes: luego el Circ.o sera ynscripto en el triangulo.

Propos.n 13 Problema

Inscrivir un Circulo en qualesq.a polig.o regular.

Resoluzion.

Dividanse p.r medio qualesq.a dos ang.s A y B con las rectas AC y BC: y tirando del punto C perpend.r alos lados; qualq.a deellas sera el radio del Circulo Inscripto: por q.e son todas yguales entre si.

✠ Propos.n 14 Problema. ✠

Dado un Circ.o Circunscrivir un trianguLo semejante á otro dado.

✠ resoluz.n ✠

Inscrivase en el Circ.o (p.r el prob.a 4) el triang.lo PNF semej.e a RSK saxense del centro X, perpend.s a todos los lados, y tirando tang.s p.r los puntos en q.e Corren ala Circunf.a se tendra el triang.o AMB semejante al dado; p.s q.e prolong.ando qualq.r lado PN del triang.o Inscripto sera el ang.o P = O = A; y N = Y = B luego el 3.o = al 3.o y p.r Consig.e el triang.o Circunscripto semejante al dado.

✠ Propos.n 15 Proble.a ✠

Circunscrivir un Quadrado aun Circ.o

✠ resoluzion ✠

tirense los diam.^{s} RM, HK que se Cor-
ten en ang.^{s} rectos, y tir.^{das} tangentes
p.^{r} los puntos K, M, H, R se tendra el quadrado
circunscripto AL.

✕ Proposic.^{n} 6 Probl.^{a} ✕

Circunscrivir a un circ.^{o} qualquier
Poligono regular.

✕ Resoluzion ✕

Inscrivase en el circulo un polig.^{o}
semejante al que se quiere circuns-
crivir, y vajando del centro perpend.^{s}
sobre todos los lados; tirense por
todos los puntos, RL &.^{a} en q.^{e} estas per-
pend.^{s} cortan a la circunf.^{a} las tang.^{s}
AB, BM, MP &.^{a} y se tendra el polig.^{o}
AP circunscripto al circulo.

✕ Demostrazion ✕

tiradas las rectas CA, CB &.^{a} los
triang.^{s} CAB, CMB son totalmente
yguales p.^{r} ser las perpend.^{s} CR, CL luego

los lados AB, BM son yguales lo mismo se demuestra de todos los demas lados, y angulos: luego AP es el Poligono Circunscripto, que se pide.

Fin del Lib.º 3.º

Libro 4.º

Dela Proporz.ⁿ, aumento, disminuz.ⁿ, y transformazion, delas figuras planas.

Capitulo 1.º

Del modo de aumentar, o disminuyr las fig.ˢ planas en qualquiera razon dada.

Propos.ⁿ 1.ª Prob.ª

Hallar la raz.ⁿ q.ᵉ tiene una figura con otra semejante N.

Resoluzion.

A los Lados homologos AB, y RS: halle se una 3ª. pp.l FK y sera el Rectil.º M..N:: AB..FK. por que M..N:: $\overline{AB}^2$..$\overline{RS}^2$ y siendo tamb.n $\overline{AB}^2$..$\overline{RS}^2$:: AB..FK sera M..N:: AB..FK.

Scholio.

Si las Rectas AB, y RS fuesen Radios de un Circulo seria el Circ.º del Radio AB al Circ.º del Radio RS como AB.. FK.

Propos.n 2ª. Probl.ª

Hazer un Rectilineo semej.te a otro en qualquiera Razon dada.

Resoluzion.

Dado el Rectilineo M y la Razon que ere ha de tener al q.e se como AB..FK: entre AB y FK ha llese la media pp.l FQ; y el Rect.º semej.e al M descri.º sobre RS = FQ sera el que se pide.

Demostraz.n

el Rect.º $M .. N :: AB^2 .. RS^2$, pero $AB^2 .. RS^2 :: AB .. FK$. luego $M .. N$ $:: AB .. FK$.

Scholio.

Si el Rectilineo M huviese de tener al Rectilineo N la Razon dela Recta P ala Recta O, se buscara entre es-tas dos Rectas una media pp.l X: y Hallando alas Rectas P, X, y AB la quarta proporz.l RS, tendra al Recti-lineo Semeg.e N hecho sobre esta el Rec-tilineo M la Razon de $P .. O$. porq.e siendo Continuas pp.s las Rectas P, X, O sera $P^2 .. X^2 :: P .. O$, pero $P^2 .. X^2 :: AB^2 .. RS^2$ por ser las Rectas proporzionales Luego $AB^2 .. RS^2 :: P .. O$: y por consig.e el Rect.º $M .. N :: P .. O$.

Proposiz.n 3.ª Problema

Dados dos Rectilineos semejantes hazer

mayg̃ual y semejante á ambos.

Resoluzion

Siendo los Rectil.s dados X y Z: dispongan se en angulos rectos qualesq.a de los lados Homologos AB y BC y tirando la Hypotenusa AC el Rectilineo semej.e y descripto sobre esta será ygual (31 del 6.o) a los otros dos X, y Z.

Scholio

Si los Rectilineos fuesen muchos se haría si uno ygual a dos de ellos: despues otro ygual á este y uno de los dados; y assi sucesivamente.

Proposiz.n 4.a Probl.a

Dados los Rectil.s semej.s X, y Z hallar otro semejante q.e sea la dif.a de ambos.

Resoluzion

Siendo AC y CB lados Homologos describase sobre el mayor AC un semic.o, y acomodando en el Lado CB. si se tira AB

sera el Rectil.º semejan.te X descrito so-
bre esta, y q.l a la difer.a de los dados.

Propos.n 5.a Probl.a

Aumentar una fig.a plana, la parte q.e
que se quisiere.

Resoluzion.

Queriendo un Rect.a una 3.a parte ma-
yor que X y semejante a el; alar-
guese qualq.a lado AB una 3.a parte
BC y descrito s.re AC un semicirc.º
levant.do la perpend.r BR se tirara AR
sobre la qual descri.do el Rectilineo seme-
jante Z; sera $\frac{1}{3}$ maior que el Rect.º
X: porque siendo AR media proporz.l
entre AB y AC; tendra el Rect.º X al Rect.º
Z, la razon de AB .. AC: esto es la
de 3 .. 4.

Scholio.

Si la recta AB fuese radio de un Cir-
culo, tendria tambien este Circ.º al circ.º cuio
radio fuese AR la raz.n, de 3 .. 4. porq.e ser

lo Circ.^e como lo quad.^o de su Rad.^o

Propos.^n 6.^a Prob.^a

Disminuir un plano S, la parte que se quisiere.

Resoluzion.

Sup.^to q.^e se quera hazer un plano semej.^e à S; una terz.^a parte menor córtese $BR = \frac{AB}{3}$: descrivase sobre AB un semicirculo; levantese RS perpend.^r à AB, y tirando AS el rectil.^o semej.^e Z descrito sobre esta, sera el q.^e se pide; porque siendo AS mediâ proporzio.^l entre AB y AR sera el Rect.^o X assi semejante Z como AB .. AR: esto es como 3 .. 2. luego el rectilin.^o Z es $\frac{1}{3}$ ∠ q.^e el rectilin.^o X.

Propos.^n 7.^a Probl.^a

Dividir un triangulo en dos partes que tengan la razon dada.

~~Este~~ Este prob.^a tiene 4 casos, atendiendo de

hazer la division de vn punto dado,
 y en vn lado o
por que este puede estar en vn ang.°
dentro o fuera del triangulo. →

Lo 1.° para dividir el triang.° desde
el angulo C, se dividira la base AB en
la razon dada en el punto N, y tirando la
recta CN quedara dividido el triang.° total
en otros dos, que teniendo vna misma
alt.ª estaran en la razon dada.

Lo 2.° si la division se ha de hazer
desde el punto P en el lado AC dividida
AB en la razon dada se hallara a las
tres rectas AP, AC, y AN vna quarta pp.^l
AM, y tirando la recta PM quedara divi
dido el triang.° como se pide; por los triu.^s
APM, ACN que tienen el ang.° A comun,
y los lados que le comprehenden recipro
camente prop.^s seran yg.° (14 del 6.°)

Scholio.

Si la quarta pp.^l AM fuere maior q.^e AB

se dividira qualqª. de sus Lados en la razon da
da.

Capitulo 2º.

Dela transformon. delas figuras planas.

Propn. 8ª. Probla.

Sobre una recta dada MN, hazer un triangº yqual al dado ABC.

Resoluzion.

Determinese la altura CR prolongando-la base AB si fuere nezesario y hallando a las rectas MN, AB, y RC una quarta ppª; NH se levantara esta perpendª. en M y tirando de M se tendra el triangº. MHN ygual al dado. Por tener bases y alturas reziprocas.

Propon. 9 Problema

Hazer un triangº. equilatero ygº al escaleno dado ABC.

Resoluzion

Por el punto C tirese CS paral.a a AB for-
mese el Ang.o ABS de 60 g.s cortese BK=BS
y tirando SK se tendra el triangulo BKS
equilatero, el qual tendra al triangulo ABC,
la razon de KB .. AB: hallese entre KB, y AB
la media prop.l BM y escriv.do sobre ella el
triangulo Equilat.o BMN sera ygual al
dado; por que ambos tienen la misma
razon al triangulo BSK.

Propos.n 10 Problema

Hazer un triang.o yg.l al Quadr.o RP.

Resoluzion

Tirese a los ang.s opuestos la recta HS, y
paral.a a ella, p.r el punto P, la recta PT que
cortara al Lado RS prolongado en el
punto T. y tirando a este la HT se ten
dra el triang.o RHT ygual al quadr.to RP.
por que los triang.s HPS, HST son yg.s
y si a ambos se añaden el triang.o HRS

se tendrà el triangulo HRY igual al Quadrilatero RP.

Propos.n VI Probl.a

Hallar un triang.o ig.l al Rectilineo RL.

Resolucion.

Prolonguese acia una y otra parte qualq.r lado RS, tirense PR y PS y paral.s a ellas las HM y LN, con lo qual tirando MP, y PN se tendrà el triang.o MNP igual al Rectilineo dado; por ser el tri.o MRP ig.l al triang.o RHP y el triang.o PSN = PSL; y p.r q.e si a uno y a otro se añade el tria.o RPS se tendrà el triang.o total MNP igual al Rectilineo dado.

Scholio

Con modo semejante se procede aun que el Rectilineo tenga seis, o mas lados; y en el Caso de tener un ang.o entrante como F, se tirarà la Recta CK, y paral.a à ella la FX: con lo qual tirando XK

se tendrá el quad.° DNKV ygual al Rec
tilineo DCFKV.

Propos.n 12 Problema.

Sobre una Recta CK hazer un Paralelog.°
ygual al dado AV.

Resoluzion.

Determinese la altura RM del parale
logramo dado y a las Rectas CK, AB, y RM
hallese la quarta proporcional CF y con-
cluyendo el paralelog.° CM será ygual
al dado; por tener bases y alturas recipr.

Si se quisiese un Quad.° ygual al
paralelog.° AV; se hallaria una media
proporz.l entre la base y altura, y el qua
drado hecho sobre ella, será ygual al pa
ralelogramo dado.

Si en lugar del paralelog.° se diere
un triang.° la media prop. se hallaria
entre la base y la mitad de la altura.

Propos.n 13 theorema

El Circulo es ygual aun triangulo, que tiene por base una recta ygual ala Circunfer.a, y por altura el radio.

Demostraz.n

Si se considera la Circunfer.a RS ygual ala base RK del triang.o CRK, y una y otra divididas en infinitas partes yguales; tirando radios a todos los puntos de las divisiones; los sectores infin.os RCH se podran tomar p.r triang.s rectilineos; y por consiguiente la suma de todos ellos se hallara multiplicando la suma de todas las bases (esto es la Circunf.a) por la mitad del radio que es la altura; pero del mismo modo se halla la suma de todos los triang.s que corresponden al triang.o CRK; luego este es ygual al Circulo.

Constario 1.º

El Circulo es yqual a un Rectangulo hecho del Radio en la mitad dela Circunfere.ª

Constario 2.º

Si entre el Radio y la mitad dela Circunf.ª se busca una media proporz.l se ten-dra una Recta cuio Quad.º sera yqual al Circulo.

Scholio.

Para Hallar una Linea Recta yqual ala Circunf.ª de un Circ.º han trava-xado mucho los Mejores Geometras, pero hasta aora no han encontra do la verd.ª Razon del diametro ala Circunfer.ª que es en lo que Consiste la dific.d de hazer un triang.º yqual al Circulo y p.r Consig.e hallar la Quadra tura de el; no obst.e se ~~tiene~~ la Razon del diam.º ala Circunf.ª tan proxima ala Ver

dadera, que no puede causar error sen
sible.

Luis de Ceulen entre otros Auth.s,
hallo la razon sig.te

Diam.° 100,000.000.000.000.000.000.000,000,000.000.000

Circ.a > 314.159.265,358,979,323,846,264,338,387,950

Circ.a < 314,159,265.358.979.323.846.264.338.387.949

Queriendose servirse de esta, bastara
para la practica tomar las tres pri-
meras notas, de suerte que sera el
diam.° a la Circ.a como 100 .. 314.

Adriano Metio, encontro las
dos razones sig.s

diam.° 71.....223... Circunferencia

Circ.a 223...113 diam.° Circunfere.a...355.

pero la que encontro Arquimedes,
q.e es la q.e regularm.te se sigue en esta
practica es como 7 .. 22.

Propos.n 14 Problema

Dado el diam.° de un Circulo = 56 hallar la Circunferencia.

✱ resoluzion ✱

Hagase la proporz.n 7..22::56..x=176.

que sera la Circunf.a

Si conocida la Circunf.a = 200 se bus

ca el diam.o sera = 63 $\frac{7}{11}$.

✱ Corolario 1.o ✱

Si el Radio de vn Circ.o se divide en 7 par

tes yguales y se toman 22 de ellas; haz.do

vn rectang.o del Radio, y la recta ygual

a las 22 partes sera yg.l al Circulo.

y por consig.e si entre estas dos rectas se

halla vna media proporz.l se tendra el

lado de vn Quadrado ygual al Circulo.

✱ Propos.n 15 Probl.a ✱

Dado vn Quadrado AR hazer vn Cir

culo ygual a el.

✱ Resoluzion ✱

Describase vn Circulo H: con qualquier

Radio HO: hagase vn Quad.o Z yg.l a el

y a las Rectas MS, OH, y AB, Halleʃe
vna quarta proporzional, y ʃera Radio
de vn Circulo ygual al Quadrado AR.

Scholio.

Para quadrar el Circulo, y otras prac
ticas ymbentó Nicostrato vna Curva
llamada Quadratid, cuia Construccion
es la siguiente. Describaʃe el Qua-
drante MR, dividaʃe en muchas par
tes yguales F.H. &a. dividase el Radio
en ygual numero de partes yguales,
en los puntos, 1. 2., &a. tirenʃe los Ra
dios AF, AH. &a. y por los puntos 1. 2. &a.
paralelas al Radio AR, con lo qual
paʃando vna Curva por todos los
puntos O, L. &a. se tendra la Quadra
trid MN. El Radio MA ʃellama Lado
y la Recta AN baʃe de la Quadratriz.
Esta Curva tiene dos defectos, el 1.o
que no ay modo Geometrico para des-

cuvin la Curva desde el punto M al pun
to O; y el 2.º que no se puede determi
nar el punto N: no obstante estos de
fectos tienen varias propiedades, sien
do las principales, que qualquier Ar
co MF tiene al Quadrante MR la misma
razon, que la parte MI al radio MA
q.^e las raies AN al Lado AM, y el arco MR
son Continuos proporzionales, y en es
tas proporziones se fundan las reso
luziones siguientes.

Propos.^n 16 Probl.^a

Dividir el angulo CRS en tres par
tes yguales.

Resoluzion.

Con el Intervalo RC lado de la Qua
dratriz descrivase el arco CS, tire
se el radio RS: del punto M en que Cor
ta la Quadratriz vaxese MK perpen
dicular â CR; dividase CK en tres

partes yguales; y tirando por los pun
tos delas Diviziones paralelas ala ra
ve RH, determinaran en la Quadratz
los puntos F y L, por los quales tiran
do radios quedara dividido con ellos
el arco CV en tres partes yguales.

Propon. 17 Proba.

Dado el radio VX Hallar la Circuna

revoluzion

Alas dos rectas AN, y AM hallese
vna terzera proporzional, y esta
sera ygual al Quadrante MHR; des-
pues ala AM al Quadrante MHR y
al radio VX hallese vna quarta ppl.
y esta sera la quarta parte dela
Circunferencia, cuio radio es VX.

FIN DEL Libro 1º

Libro 5.º

Del Uso de alg.s ynstrum.tos

Sirven los Instrumentos, para facilitar las practicas, asi sobre papel como sobre terreno, siendo casi ynfinitos los que se han ynventado para el Uso de la Geometria, Astronomia, Nautica. &.a Los mas Comunes y necesarios para el Arte Militar, son la Pantometra, el Semicirculo, y la Plancheta; y para actualm.te los dos ultimos.

Capitulo 1.º

de la Pantometra.

Esta voz Pantometra, quiere dezir medida universal; Llamase tambien Compas de proporcion, por resolver los problemas, p.r la proporzion de las lineas que tienen; estas pantometras

Ordinarias suelen estar la Linea Arithm.ca; La de los Poligonos; La de las Cuerdas; ó Cordometrica; La Planometrica, La Stereometrica, y La Metalica.

Dela Linea Arithm.ca

Llamase esta linea de partes yguales y suele estar dividida en 200 y suele estar dividida desta y otra parte desde el Centro del Instrumento, en que concurre. Por ella se resuelve los Problemas siguientes.

Propos.on 1.a Problema.

Dividir una recta AB en 100 partes yguales.

Resoluzion.

Hagase la Pantometra demodo q.e la recta AB se ajuste entre los puntos 100, y 100, y tomando la distancia entre 90, y 90 se parara della R y RB

sera la Centesima parte del B como se
ve p.r la semejanza delos triang.s q.e se
forman.

Scholio.

Si se quiere dividir vna recta MN
en vna razon dada, como por Exemplo
de 50..10 se abrira la pantometra, de
modo que la recta dada se ajuste en-
tre 90 y 90 y pasando de M â N la dis
tancia entre 50 y 50, quedara dividida
la recta MN en H enla razon dada.

Propos.n 2.a Probl.a

A dos rectas dadas AB, MN hallar
vna 3.a proporzional.

Resoluzion

Veave, enque punto se ajusta desde el
centro C la recta AB, y supuesto que
se ajusta en el punto 90 abrase la pan
tometra, de mo que la recta MN se-
ajuste entre 90 y 90. despues sin abrir

ni Cerrar la Pantometra, separara
la misma distancia desde C, q.e su
poniendo tiene junta al punto 8o, la
distancia entre 8o y 8o sera la 3.a
proporzional.

Propoz.n 3.a Probl.a

A tres Rectas dadas AB, MN, y HK ha-
llar vna quarta proporzional.

La Resoluz.n es la misma q.e la
antezedente, con sola la diferen.a de pa
sar la Recta HK desde el Centro C has
ta el q.e se ajuste en lugar de tomar
dos vezes la MN.

Dela Linea delos Polig.s

Sirve esta linea para Construir los po
lig.s Reg.s desde 3 hasta 12 lados, y se
vsa della segun los prob.s sig.s

Propoz.n 4 Probl.a

Sobre vna Recta dada AB formar qualq.a
Poligono Regular, y sea el de 8 Lados

Resoluzion

Abrase la Pantometra, demodo que la recta AB se ajuste entre 8, y 8, y tomando la distancia de entre 6, y 6, se tendra el Radio de un Circ.º en cuia Circunf.ª se acomodara 8 veces la recta AB.

Propos.n 5.ª Probl.ª

Dado un Circ.º Inscrivir en el qualq.r poligono Reg.r como por exºplo el Pentagono

Resoluzion

Ajustese el Radio AB entre los puntos 6 y 6 y tomando la distancia entre 5 y 5 se tendra el Lado del pentagono

De la Linea de las Cuerdas.

En esta Linea se contienen las Cuerdas de todos los grados del semic.º y a ella Corresponden los prob.s sig.tes

Propos.n 6.ª Probl.ª

de vn Circulo dado Cortar qualquier
arco, y sea por exemplo de 70 gr.s

Resoluz.n

Arrastrese el Radio del Circulo dado, en
tre los puntos 60, y 60, y tomando la
Correspond.e entre 70, y 70 sera Cuerda
de 70 gr.s en el Circulo dado.

Propos.n 7.a Probl.a

Sobre vna Recta dada formar vn an
gulo qualq.a y sea p.r exemplo de 70 gr.s

Describase vn Circulo con la Recta
dada y Hallese por el Probl.a anter.te
la Cuerda de 70 gr.s

Propos.n 8.a Probl.a

Hallar el valor de vn angulo ABC

Resoluzion.

Con qualq.a yntervalo haz.o Centro en B
descrivase el arco AC, abrase la pan
tometra, de modo q.e el Radio BC se ajuste
entre 60 y 60, vease entre qué puntos

se ajusta la Cuerda AC y supto. se ajus
to entre 20 y 20, se dira que el angulo
ABC es de 20 grad.

Propon. 9a. Proble.a

Sobre una recta dada formar qualqn.
Poligono regular.

La operazn. consiste en saver
de que arco es cuerda, el Lado del
Poligono que se busca, con lo qual
se busca el radio al modo que se ha
enseñado.

De la Linea de los plan.s

Entre los muchos Prob.s que se resuel
ven por esta Linea llamada planometrica
o Geometrica los mas principales son
los siguientes.

Propon. 1o Problema.

Hallar la razon que tiene el rectal.o X
a otro semejante Z.

Resoluzion.

Abrirase transversalmente el Lado AB

entre qualesq.^a puntos como Ao y Ao, y si-
endo en q.^e punto se ajusta el Lado
homologo CB, supon.^do que se ajusta
entre 2o y 2o, se dirà q.^e el Realines
So es al Real.^e Z como Ao à 2o: porq.^e
los Realines son como los Quadr.^s
delas Rectas CB y CR y estas por la cons-
truzion dela Linea delos planos son
como Ao . . 2o.

Scholio.

Si las Rectas AB y CD fueren diamet.^s
de Circulos seria el Circ.^o DAB du-
plo del de CD.

Propos.^n II Problema.

Hazer una figura semejante a otra
en qualq.^a razon dada.

Resoluzion.

Si dado el Realines So se pide otro
q.^e siendo semejante, sea su mitad
ajustese el Lado AB entre qualesq.^a dos

punto como Ao y Ao y tomando la distancia entre lo y lo sera el Lado homologo Correspondiente á AB sobre el qual formando el rectilineo semej.e sera la marcad del dado.

Dela Linea delos solidos.

Por medio dela Linea llamada Estereometrica se halla la razon entre dos solidos semejantes; se hace un solido semejante á otro en qualq.a razon dada, se saca la raiz cuvica de qualq.a numero, se hallan dos medias proporcionales y el Calibre delas Valas.

Los Problemas mas principales son los siguientes.

Propos.n 12 Problema

Hallar la razon entre dos solidos semejantes.

Resoluzion

siendo las Rectas AB y CD lados ho-
mologos delos Solidos propuestos, ajus-
tese la Recta AB en qualesq.ª dos puntos,
como 1o y 1o, y sup.to que la Recta CD se ã
puesto entre los puntos 2o y 2o, se dira
que el solido Cuio lado es AB tiene al
solido Cuio lado es CD la razon de 1o
à 2o.

Propos.n 13 Probl.a

Hazer un solido semejante à otro en
qualquiera razon dada.

Resoluzion

Supuesto que AB sea el lado del solido
propuesto, ajustese en qualesq.a puntos
como 1o y 1o, y deviendo tener el solido
que se busca, al prop.to la razon de 2o.. 1o
se tomara la distancia entre 2o y 2o, y esta
sera el lado homologo Corresp.de à AB
sobre el qual formando el solido semej.te
sera echo el dado.

De la Linea delos Metaˢ

Sirve la Linea metalica, para hallar la razon entre los solidos semejantes de diversa materia, y las divisiones desta linea se notan con los caracteres de los Planetas; como se sigue.

El Sol significa el oro.....	Sol.....	☉	1.....
Saturno..............	Satº.....	♄ ...	3.....
Luna..............	Luna.....	☾ ...	4.....
Venus..............	Venus.....	♀ ...	7.....
Marte..............	Marte...	♂ ...	6.....
Jupiter..............	Jupiter....	♃ ...	5.....
Mercuº..............	Mercº....	☿ ...	2.....

En los metales deven considerarse el peso, y la magnitud; de suerte, qᵉ si dos solidos semejˢ de metales diversos fuesen desigual peso tendran Magnitudes desiguales, y al contrario.

La proporⁿ delos diamᵗ de Spheras desigual peso en los diferᵉˢ metales es como se sigue ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~ ~

Metales	diametros
Oro	550
azogue	559
plomo	592
plata	645
cobre	643
Hierro	668
Estaño	684

Propon. 14. Problema

Dado el diamº de vna esphera de plata Hallar el de vna de Oro de ygual peso

Resoluzion.

Abrase la Pantometra de suerte, que el diamº dado se ajuste entre los puntos de la plata, y tomdº la distª entre los puntos del oro, se tendra el diamº correspondiente de vna esphera de Oro ygual en peso a la de plata.

Capit. 2º del Semicirc.

El Semicirculo es uno de los ynstru
mentos mas usado en la Geometria prac
tica, asi sobre el papel como sobre terre
nos; para el papel regularm.te se tiene
un semicirculo pequeño el qual sirve
para formar qualesq.a angulos y dar
doles el valor que se queria; res
pecto de que para este fin esta divi di
do en grados y minutos segun sus nu
meros: Para las practicas de terreno
ay otros semicirc.os mayores de uno, tres,
y mas pies de diametro, los quales re
gularmente tienen un anteojo fixo re
presentado por el diametro AB y otro
movible que se llama alidada repre-
sentado por RL, la qual suele tener
en algunos amas del movimiento Ori
zontal al rededor del centro C, otro mo
vimiento vertical, que sirve para q.e
Con estos dos, orizontal el plano del Semic

puedan dirigirse las Visuales, á objetos
elevados, lo que es necesario para te
ner los Angulos, que formarian los Objetos
reducidos a un Plano Orizontal; pero en
las proposiciones sigtes prescindiremos
de este movimiento, +y se supondra q.e assi el Semicirc.o como
la alidada, estan en un plano Orizontal

Propon. 15 Problema.

Medir la distancia AB acesible sola
mente en el punto B.

Resoluzion.

Pongase el Semicirculo en B y dirixido,
con el anteoxo, del diametro una visual
al punto A, se tirará con la alidada,
otra aun punto R que se escoxera en la
Campaña; de modo que pueda medirse
con Exactitud la distancia BR lo qual se
executa con una Cadena, ó Colpetchas,
si se quiere con mas Exactitud; supuesto
pues que el angulo B se observo de 55°,

y que la distancia BR se hallo de 800 va
ras, puesto en semicirculo en R se obsea
vara el angulo ARB que supongo sea
de 75.° con esto teniendo en el triangulo
ABR los ang.^s en R y B se hallara el an
gulo A y sabido el Lado RB se hara la
proporzion como el seno del angulo A=50°

a	C. L. 9.2339556
al Lado RB = 800 varas	2.9030900
asi el s.° del ang.° R=75.°	9659258
a la Distan.ª AB	3.1029714

Scholio.

~~En~~ todas las Operaz.^s se devera evitar
que sean mui agudos los angulos q.^e
se forman; porque con ellos qualquier
error que se cometa se haze mas sen
sible: tambien se ha de procurar que
la distancia que se mide en la Campa
ña, la qual regularm.^te se llama base,

sea proporzionada alos demas Lados de los triang.s que se formen: esto es que ni sea mucho maior, ni mucho menor.

Propos.n 16 Probl.a

Medir la distancia AB del todo yn azesible.

Resoluzion.

Midase una distancia MN correspond.e para que pueda servir debase; pongase el semicirc.o en su Extremo M, y observense los angulos que forman entre si los dos objectos A,B y el Extr.o de la base N; transfierase el se micirculo aeste punto, y haganse en el las observaz.s correspond.s alas que se hizieron en el Extremo M: con lo qual resolviendo los triang.s que se forman se hallara la distancia AB; porq.e lo 1.o en el triangulo BNM, conocido el lado MN y los angulos en M y N se hallara el Lado NB; del mismo modo en el triang.o AMN teni.do labase MN y los ang.s que se forman en ella se bus cara AM; y finalm.e en el triang.o AMB teniendo los Lados AM, MB y el angulo Comprehendido M se buscara la distanc.a AB que es la que se busca.

✳Propos.n 17 Probl.a✳

Medir la Altura AB acesible en el punto B.

✳Resoluzion.✳

Midase qualquier distancia BR Correspond.e para servir de base y poniendo en R verticalm.e el Semicirculo; esto es de modo que su plano sea perpend.r al Orizonte, dispongase el anteojo fixo CH de suerte que sea paralelo al orizonte lo que se executa por medio del hilo aplomo ó perpendiculo OK, estando el Semicirc.o en esta disposizion se dirixira la alidada al punto A con lo qual se tendra el angulo AOV = COM; y en el triang.º rectang.º AOS conocido el ang.º en O y el Lado OS, se hallara el lado AS á quien añadiendo la altura del ynstrum.º RO = BS se tendra la altura total AB. que se busca.

Propos.ⁿ 18 Problema.

Medir la altura AB del todo ynazesible.

Resoluzion

Ponga se el Semicirculo en el punto qual quiera P, y disponiendo el diametro Orizontalmente Observese el angulo AES; en la direccion ES midase la base PR y poniendo el Semicirculo en R observese el angulo AOS; Con lo qual se tendra su Complemento EOA y en el triangulo AOE conocido el Lado EOA conocido el lado EO y los angulos E y O; se hallara el Lado OA con el qual y el angulo AOS en el triang.º rectang.º SAO se hallara AS, á quien añad.º la altura -

del primero SB, se tendra la total BA.

✗ Scholio ✗

Si la altura que se quiere medir fuese vna torre y esta estuviese sobre vn monte se medira la altura total, de quien restan dola del monte, se tendra la dela torre.

✗ Proposn. 12 Problª. ✗

Conocidas tres distanz.s BS, SR y RB y observados desde vn punto M los angulos O y L que forman los tres puntos S, B, R: Hallar las distancias MS, MB, y MR.

✗ Resoluzion ✗

Considerese que por los puntos S, R, y M para vn Circulo, y segun la posizion del punto M respecto alos demas y de estos entre si seran diferentes los Casos para la Resoluzion.

Supongase 1.º que el punto B cae fuera del Circulo y que los tres puntos se veen desde M por diferentes angulos; en este Caso tienese las Rectas SP y PR y en el triang.º BSR conocidos los tres lados se hallaran los tres angulos: tambien en el triang.º RSP teniendo el Lado SR, el ang.º PSR =L, y el ang.º PRS = O, se hallaran los lados SP y PR; Con lo qual en el triang.º BSP teniendo los Lados BS y SP y el angulo Comprehendido BSP por ser yqual â BSR − PSR se hallara el ang.º PBS; con esse, con el ang.º O y el Lado BS, se hallaran en el triangulo BSM los dos lados SM, MB: finalmente resolviendo el triang.º BRM se hallara RM.

Si el punto B cayese dentro del Circ.º despues de aver resuelto los triang.s BSR SRP se restara del ang.º PSR = L, el angulo BSR y se tendra el angulo PSB por lo qual se hallara el otro ang.º BPS y se Continuara la resoluz.n como en el Caso antezedente.

Quando el angulo L es ygl. al ang.o BSR y el angulo O = BRS en este caso el Circulo pasara por el punto B y el problema es yndeterminado; porq.e en qual q.r punto del arco SMR se formaran los mismos angulos O y L.

Si los dos angulos observ.dos O y L fuesen juntos yguales à dos rectos, en este caso el punto M estaria en la direccion SR y resolv.do el triangulo BRS, se tendria el angulo S: con lo qual, el angulo O y el Lado SB, se hallarian los Lados SM y MB; y p.r consiguiente MR = SR − SM

Quando los ang.s juntos O y L son mayores que dos rectos: esto es que el punto M cae dentro del triangulo SBR concurrendo el Circulo por los puntos S, R, y M se resolvera lo s.o el triang.o SBR y siendo el angulo SMP (complem.to del ang.o O) = SRP; y el angulo RMP (complemento de M=RSP, en el triang.° SPR conocido el lado SR y dos angulos, se hallaran los lados SP, y PR: con lo qual en el triangulo BSP, teniendo los lados SP, SB y el angulo comprehendido se hallara el ang.° SBP finalm.te en el triangulo SMB teniendo dos angulos y el lado SB se halla ran los lados SM y MB: del mismo modo se hallara MR.

Quando los tres puntos S, B, R es tan en linea recta; en el triangulo SRP conocido el angulo S=L, R=O y el lado SR se hallaran los lados SP y PR, despues en el triangulo SBP teniendo los lados SB, SP y el ang.° comprehen dido se hallara el angulo SBP; y por consiguiente PBR con lo qual en los dos triang.s SBM, MBR conocidos sus ang.s y un lado en cada uno, se hallaran las tres distancias MS, MB y MR.

Si los dos Objectos B y R se ven en Linea recta con el punto M, observando el angulo S y hallando el Angulo R en el triangulo SMR conocidos los angulos S y R y el Lado SR se hallaran los Lados SM y MR y por consig.te MB = MR − RB.

Capitulo 3.º

Dela Plancheta.

La Plancheta, ó Mesilla es entre los Instrumentos Geometricos el mas sencillo y acomodado ala Practica: Consiste en una tabla quadrada, ó quadrilonga con su pié, y una Regla en figura de paralelepipedo rectangulo, llamada Bloc, y en una de sus superficies tiene para dividir las Visuales dos Hilos, ó un triangulo Pilar, cuio plano deve estar siempre perpendicular al dela plancheta. Sirve este

Instrumentos para levantar el Plano de qualquier Campo, Territorio, Plaza, o provª. y por consiguiente para medir qualqª. distancia ô altura. todas las operaziones se fundan en formar sobre el papel una figura se mejante ala que existe sobre el terreno haziendo sobre la plancheta triangulos seme jante alos que forman las situaciones en la Campaña y proporzionando los Lados avna Escala, que represente vn Cierto numº. devaras, como se Explicara en los Problemas siguientes.

※ Proposizⁿ. 20 Problª. ※

Levantar vn Plano de qualquier te rreno.

Levantar el plano de vn terreno, no es otra Cosa, que representando en el papel, segun el Existe en la Naturaleza de suerte que transferida s todas las distancª. avna escala determinada, ten

gan entre si, la misma razon que tienen
en la Campaña; y asi supuesto, que se
quiere levantar el plano de un terreno
RN, ò bien determinar los puntos Re, Ut,
S.R. &ª

Lo 1º se formarà una Escala de varas
proporzionada, para que las Distancias ti
radas en dos Estaziones, se contengan den
tro dela plancheta, y esta Escala se
colarà con una Regla, y ala plancheta,
se le pegarà un papel para figurar sobre
el terreno que se ha de levantar.

Lo 2º se pondrà la plancheta en un pa
raxe R desde el qual se descubran los Ob_
jetos, y otro punto K que se escogerà pa
ra termº dela Base KR: Hecho esto se
colocarà la plancheta lo mas orizontalme
que se pueda, y determinando en el pa
pel un punto qualqª A correspondiente al
punto R del terreno, se dirigirà con el Blo

la Visual AB al punto K y sin mover
nada la plancheta por A, se tirarán à
todos los objetos las Visuales AR, AS
AM, AN. &c.ª señalandolo à cada una par-
ticularmente para q.e no se confunda-
con las demas.

Lo 3.º Midase la base RK y supues-
to que se hallo de 500 varas, se tomaran
las correspond.s dela Escala, y estas
se pasaran de A, à B de suerte que el
punto B dela plancheta Corresponderá
al punto K dela Campaña. Hecho esto
transfierase la plancheta al punto K,
y poniendola bien orizontalm.e como en R
dispongase de modo que por la Recta AB
dirigida una Visual se vea el punto R;
con lo qual tirando sin mover la plancheta
Visuales à todos los objetos, los puntos
en que estas cortan alas primeras, como
son, x, s, m, n, seran correspondientes

alos del terreno. R, S, M, &c. La razon es porque los triang.s BAR, bAR, son semejantes, considerando que el punto B esta colocado sobre el punto K; y A sobre R; y como los demas triang.s q̄ se forman sobre la planchreta son semejantes alos que se consideran formados en el terreno, se sigue que todos los puntos. R, S, M. &a. estan determinados en el papel dela planchreta con semejante situacn. ala que tienen sobre el terreno.

Constanis.

Tomando la distancia, RS, en la escala, se tendra el numero devaras que dista el punto R del punto S enla Campaña, y por consig.e con esta operacion se ha medido la distancia inaccesible RS. Lo mismo se entiende de todas las demas distancias determinadas.

Scholio 1.°

Quando se levanta un Plano se deven Contar con la plancha todas las Cosas que sean dignas de Consideracion, como casas, arroios, fuentes, &.ª y despues deve figurarse el terreno del modo q.e se unite todo lo mas posible.

Scholio 2.°

Aviendo de Levantar el plano de una plaza mui regular, se determinara 1.° el Recinto de toda la fortificacion, sentando con mucho Cuidado todos los angulos flanqueados, y despues se iran determinando todos los demas angulos; porque si desde un punto se quisiesen llevar con la plancheta todos los angulos del recinto hacia Arriba la plaza es facil en tas muchas operaz.s q.e se nezesitan, Cometer algun pequeño Error, que aumentandose en las operadas operarˢ. llegue despues á hazerse tan sensible, que al tiempo de cerrar tal figura se encuentre el punto q.ᵉ se busca, mui distante del paraje q.ᵉ se busca

✻ Scholio 3.º ✻

Quando el plano se quiere colocar con exactitud algun Castillo, Palacio, &.ª se determinara deel dos, tres, o mas angulos, segun se nezesite, y despues se traza el detalle por menor midiendo las distancias particulares.

✻ Scholio 4.º ✻

Si dentro de una Plaza, cuio Plano se tra de levantar tuviere (como es regular mu chas torres) se trazan estaciones cuantas que se puedan, para determinar los puntos que de ellas se descubran, y con estos hazer con mas seguridad el de talle particular, de Casas, Plazas, Ca lles. Palazˢ. &.ª

✱ Scholio 5.° ✱

Quando es precisso hazer muchas Operaz.s conla Planchetta (como suzede siempre que se ha de Levantar el plano deun territorio Considerable, combiene medir donde se pueda con Exactitud, al-gunas delas Distanz.s determinadas enla planchetta; para que sirva de Verificazon porque, sino vinieren yg.s seria prueva de aver Cometido algun Error enlas Operaz.s antezed.s; y en este Caso, es precisso volver atras.

✱ Scholio 6.° ✱

Ten.do 3 puntos A, B, C, determin.dos enla planchetta, se hallara el punto K dela Situacion deeste modo: Observense los puntos A, y B con el ang.lo X, demodo q.e las Pinulas passen por a, y b: del mismo modo observense los puntos B y C de modo que las Pinulas passen por B y t: y supuesto q.e las 3 rectas no concurrieron en el mismo punto, se formara sobre AB un segm.to de circulo capaz de recivir el ang.o X y sobre BC otro capaz de recivir el ang.o Z y el punto H en q.e se corten los dos circ.s sera el corresp.e al de estacion K.

Si las rectas BC, BA seven por un mismo angulo X, se formara sobre a, b, un segmento de circ.o capaz del angulo X y alargando CA hasta cortar la circunf.a se tendra el punto de la estacion H.

Esta practica es la misma, que se resolvio por trigonometria en el (Probl.a 19) y es mui combeniente en el uso de la plancheta por tres causas; la primera porque teniendo determinados tres puntos del plano que se quiere levantar este, podra continuarse por medio de otra operazion.

La 2.ª por que algunas vezes, no se podra medir base competente, sobre terreno.

La 3.ª por que aviendo de Levantar un plano grande se nezesita de muchos dias, y si los puntos de las bases sobre la Campaña se perdieren se orienta, o rectifica la plancheta en qualquier parte, y se Continua el plano. Este modo de señalar el punto de la estazion, se llama Comunm.te Cortarse asi mismo.

Para evitar la prolixidad de descrivir Geom.camente los segmentos de Circulos Capazes de recivir los angulos dados, se corta de papel el triangulo abc, y se ajustan sus angulos, de suerte, que toquen las tres ó quatro; con lo qual se tendra las distanzias Ha, Hb y Hcdo.

con ellas la Interzezⁿ. H se tendra el punto dela Estazion. Aunque este modo es mecanico, podra tener algunas vezes su aplicazion; porque con el, se Conserva limpio el papel dela plancheta.

Scholio. 7.°

Antes de tirar qualqᵃ. linea sobre la plancheta se deve mirar con todo Cuidado si esta bien Orientada con la de la Campaña; y para este fin suele ser mejor hazer las Operaziones con dos Blocs, dejando el uno fijo en la direccion dela base, y dirigᵈᵒ con el otro las visuales alos Objetos: deste modo no solo se pueden Abreviar las Operazᵉˢ, sino es que sin andar poniendo el Bloc sobre la base, se conocera luego qualqᵃ. movimiento que pueda aver tenido la plancheta.

Scholio 8.°

El Plano Original que se levanta, deve ser en escala grande, para que sean mas sensibles los Errores q.e puedan Cometerse, y despues quando se ponga en limpio, podra reducirse ala Escala que se quisiere.

Escholio 9.°

Se deve procurar hazer todas las Operaziones con mucha Claridad notando las si fuere nezes.° en vn papel aparte, para que no se Confundan los Objetos, y desde qualq.r Extremo detallarse, solo se tiraran Visuales alos puntos que se puedan Contar del otro Extremo; teniendo Cuidado de notar todo lo que tuviere de particular, para yncluirlo despues en la Explicazion del Plano,

Scholio 10

En el Plano de qualq.r terrirorio ô Plaza

selta de poner una Escala de Varas Castellanas; y si el plano fuese de mu-
cha Extension de Pais, se pondra una
scala de leguas Marinas, o Comunes,
delas quales, 20, hazen un grado del
Circulo maximo dela tierra; ora se
pondra deleguas de España de 17 y $\frac{1}{2}$
en grado. La legua marinera tiene 6651
varas Castellanas, y 7608 la Legua
Española.

Scholio III

Concluydo el plano deve ponerse en el
la Linea Meridiana, con los 8 vientos prin-
cipales; lo que se puede hazer deste modo.
Puesta una abuja perpendicular en qual
quier punto dela plancheta, estando es
ta orientada con alguna Vase, seno-
tara la sombra, que haze la abuja en
el punto de medio dia, y esta sera la Meri
diana del plano; la qual se dividira

con otra linea en angulos rectos, y ca
da angulo recto por medio con otra ter
cera; con lo qual se tendran los 8 vien
tos principales. La parte que señala
el norte regularm.te se adorna con vna
flor de Lis: tamb.n se puede poner la me
ridiana con la Brujula, teniendo
Cuidado de Corregir su variacion.

Propos.n 21 Probl.a

Medir la altura AB azesible en el
punto B.

Resoluzion.

tirese vna recta CH paral.a al Lado Maior
de la plancheta, ô a vno de los lados de la
plancheta, y poniendo esta vertical
mente en R de modo que la CH este ori
zontal, y determinando vn punto qualq.a
C, se tirara la visual CA; con lo qual mi
diendo la basa RB se tomara esta de la
escala desde C a AH y la perpend.a HS

sera la Altura LA a q.n añad.o IB altu
ra dela plancheta, dara la altura que
se pide AB.

Scholio.

Si la altura fuese ynaccesible, puesta
la plancheta en R, se tirara la visual CA
dividiendo enla direccion CI. la base
RK, se pondra la Plancheta en K:
despues se tomara dela Escala CM
yugual alas varas dela base RK, y tiran
do la visual MA, esta cortara ala CS,
en el punto S, desde el qual baxando la
perpendicular SH sera yugual ala al
tura AI, y añad.o ID se tendra la altu
ra total AB.

Capitulo 4.o

De algunas practicas sobre terreno, con Cuerdas y Piquetes.

Propos.n 22 Problema.

Sobre una Recta MN formar enla Camp.a

vn angulo ygual al ang.° del papel RAB.

Resoluzion

formese en el papel vna Escala qual quiera, y tomando vn Numero arbitrario de partes como 15; cortense yguales a ellas AB y AR y supp.to que la Cuerda BR sea de 9 partes; fixese vn piquete en N de modo q.e la Cuerda MN sea de 15 varas, y tomando otra Cuerda MK ygual a ella, y la NK de 9 varas el punto K en que las dos se junten deter minara el ang.° KMN = RAB.

Scholio 1.°

Si se quisiese tirar vna paral.a a la MN por vn punto K, se tirara qualquier Cuerda o Recta KN y formando vn angulo en K ygual al angulo KNM se tendria la para lela.

Scholio 2.°

Si en el Estremo H de la Recta HL se hu viese de Levantar vna perpend.r se tomara qualquier Cuerda HL y fixando uno de sus

Extremos en H, y el otro a Cuerda ygual en

L se determinara el punto F en que las dos

se juncen y tomando en la direzcion LF, FP

=FL. si se tira PH esta sera perp.^r ala

HL, porque el Arc.^o descrito Con el Radio

FL, pasara p.^r los puntos H, y P y el ang.^o

H en el semicirculo sera recto.

Propos.^n 23 Probl.^a

Medir la distancia AB accesible en el

punto B. Resoluzion.

fixese la Cuerda en B y midiendo una dis

tancia qualq.^a BH tomese una parte deella

HS, y en este punto, formese el ang.^o HSR

=B determinn.^do el punto R en la direzcion

HA, midase SR y hallando un quanto pp.^l

alas rectas HS, SR, HB se tendra la distan

cia AB por ser semejantes los triangulos

HSR, HBA.

Propos.^n 24 Probl.^a

Medir la distancia AB del todo ynazesible.

Resoluzion

Ponga se vn Piquete en qualq.ª punto R: en la direzion AR otro en F: y en la direzion FB otro en K, dividanse RF, y RK por medio en S y P y determinese el punto V en que la SD prolongada toca en la direzion RB determinese del mismo modo el punto Z en la direzion RA y midiendo la distancia ZV su duplo sera la ynazesible AB, por que siendo pp.. RP.. PK:: RS.. SF sera SP paral.ª a FK y por Consig.te proporzion.l RS.. SF:: RV.. VB: pero RS = SF luego RV = VB: del mismo modo se demuestra, que es RZ = ZA: luego ZV sera paral.ª y mitad de AB.

Corolario.

De aqui se sigue el modo de tirar vna paral.ª a vna dist.ª del todo ynazesible.

Prop.n 25 Probl.ª

Medir la Altura AB azesible en el Punto B.

Resoluzion

Tomense dos Piquetes, o Reg.s tangas des- yguales, pongase la maior bien Vertical en qualq.a punto R, y la menor en otro punto M: de modo que por los Extrem.s R y K se vea el punto A; Midase la distancia MB: midase tamb.n MN = RS, y teniendo SK difer.a de la Reg.s a las RS, SK, y RH hallase una quarta proporz.l que sera HA, a q.n añadiendo la alt.a de la Reg.a RM = BH dara la altura total AB.

Propos.n 26 Problema.

Medir la alt.a AB del todo ynaze- sible.

Resoluzion.

Despues de puestas en M y R como p.a el Caso antezed.te midase en la direzc.n RH una distancia qualq.a MF pongase en este punto la Reg.a Maior FV y la menor en P;

demodo q.e p.r los ~~Coxem.~~ O y Q se vea
el punto A, y midase PF. con lo qual
se haxa la propor.n OV_RS difer.a entre
las dist.s PF y MK .. XV difer.a delas
Nos.8 :: OR = ala Distancia PM .. en
quanto p.r el HA, à quien añad.o la al
tura dela No.8 la M enor, se tendra la altu
ra total BA.

FIN DEL LIB.o 5.o

Libro 6.º

De la Planim[et]ria, ó dimension de las Superf.[icie]s planas.

Capitulo 1.º

De la Multiplicacion de los Numeros denomin.[ado]s

Numeros denominados, son los que expresan diversas especies de canti dades, quando las unas son partes de las otras como varas, pies, pulgadas. &a. pesos, R.s y mrs.

La vara deve considerarse de tres modos Corriente, Quadrada, y Cubica; esto es linear superficial, y solida. La 1.a sirve para me dir lineas: La 2.a, superfizies; y la 3.a, solidos. La vara Corriente consta de tres pies; el Pie de 12 pulg.s: La pulgada de 12 lineas; y la Linea de 12 puntos. La vara quadrada es el producto de una vara por si misma; y como la vara Corrica de tres pies

tendra la Quadrada 9 pies Quad.^s cada pie quad.^o 144 pulg.^s Quadradas &.^a de-
suerte que una vara quad.^a es lo mismo que 9 pies quad.^s 1296 pulg.^s quad.^s y asi suze sibamente.

El rectangulo AF hecho dela vara AB, y el pie BF que es la tercera parte dela vara quadrada AC; se llama un pie dela vara quadrada y el rect.^o AH, hecho dela vara AB y la pulgada BH q.^e es el $\frac{1}{12}$ del pie dela vara quadrada se llama una pulgada dela vara quadrada; y asi delo s demas: de suerte, que tratando delos productos, planos, o rectang.^s por un pie se entiende la $\frac{1}{3}$ dela vara quadrada; y por una pulgada el $\frac{1}{12}$ del pie dela vara quadrada. &.^a

Con esta noticia se comprehendera facil mente la multiplicazion delos num.^s deno minados; como se vera en los Exemplos sig.^tes en que se contendran los Casos q.^e pueden Ocurrir advirtiendo siempre que la vara se considera como entero, y los pies, pulgadas y lineas como fracciones de la vara.

Exemplo 1.º

Varas,	pies,	pulgadas.
2	2	5
1 ..	0	0
2 ..	2 ..	5

Auiendo de multiplicar 2 v.s 2 p.s y 5 pulgadas por una vara sera el prod.º 2 v.s q.s 2 p.s y 5 pulgadas de la v.a quadrada; como se ve figurado en el rectang.º AR; supuesto que AM sea ygual a una vara; AH = dos vas. HB = 2 pies y BS = 5 pulgadas, porque el rectang.º AF es de dos varas q.s; el rect.º HK de 2 p.s de la v.a quadrada; y el rectang.º BR de 5 pulgadas de la vara quadrada.

Exemplo 2.º

v.s	p.s	pu.s
12 ..	2 ...	7
8 ..	0 .	0
102 ...	2 ...	8

Para multipl.^r 12 v.^s 2 p.^s y 7 pu.^s p.^r 8 v.^s se empesara la oper.^n p.^r la derecha, y mul tiplicando 8 v.^s p.^r 7 pul.^s se tendran 56 pulg.^s que hazen 4 p.^s y 8 pulg.^s todo de la vara qua drada: pongase debaxo de las pulg.^s las 8 pu. y multip.^do 8 v.^s por 2 pies, se tendran 16, a q.^n añad.^o los 4 q.^e se llevaron se tendran 20 p.^s de la vara quadrada, que son 6 v.^s quadradas y 2 pies; escrivase el 2 debaxo d.^s [?], y mul tiplicando 8 p.^r 12 y añad.^o las 6 v.^s sera el prod.^o total 102 v.^s q.^s 2 p.^s y 8 pu.^s de la v.^a q.^da

La demost.^n asi d.^te ~~e~~jemplo como de todos los que sigan, se puede ver p.^r lineas como en el antezed.^te formando los rectan gulos de rectas, cuyo valor sea igual al de los numeros dados.

Exemplo 3.^o

v.^s p.^s pu.^s

31 .. 2 .. 7

20 .. 1

Exemplo 3.º

v.s pies, pulg.s

31 ... 2 ... 9

20 ... 1 ...

680

11 ... 1

p.r 20 ... 1 { 6 ... 2 ... 1

p.r ... 1 { 6 ... 2 ... 1

p.r ... 6 { 3 ... 1 ... 2

p.r ... 3 { 1 ... 2 ... 1

709 .. 2 .. 11

Se tratan de multiplicar 31 v.s 2 pies, y 9 pu.s por 20 v.s y 1 pie, para no fatigar la memoria, se empezará la operac.n por la yzq.da Multip.do 1.º 20 v.s y 1 pie, por 31 varas y tomando despues. para multip.r desp.s 2 pies y 9 pu.s p.r 20 v.s y 1 pie; lo que corresponde a 2 pies, dividiendolos en uno, y uno se tomara por un pie, la 1/3 de 20 v.s y 1 pie, q.e será 6 - v.s 2, pies, y 1 pulgadas y este es el prod.º de un pie p.r 20 v.s y un pie, el qual se ha de escrivir segunda vez, para tener lo que corresponde a los dos pies: Hecho esto p.a multip.r 9 pulg.

por las 2s varas y 1 pie, se dividira el 9 en partes aliquotas como 6 y 3; y siendo 6 pul.s la mitad del pie, se tomara la mitad de 6 vas. 2 pies y 1 pulgada, que es 3 v.s 1 pie y 2 pulgadas, y tomando la mitad deste prod.o se tendra una vara 2 p.s y una pulgada por el prod.o correspond.te a las 3 pulgadas, con lo qual sum.do todos los prod.s parcd.s sera el total 70 v.s p.s 2, y 11 pulg.s de la vara quadrada.

Exemplo 1.o

v.s	p.s	pulg.s	
16	2	5	
0	0	1	
5	1	9	8
1	2	7	2 ... 8

Si teniendo multiplicar 16 v.s 2 p.s y 5 pulg.s por 1 pulgadas: se supondra q.e esta cant.d de abaxo, es un pie, el qual multiplic.do por la Cant.d de arriba dara por producto su tercera parte 5 d.s 1 pie, 3 pulg.s y 8 lin.s y sien do 4 pul.s la terz.a parte del pie se tomara el tercio deste producto y se tendra 1. v.a 2 p.s 7 pul.s 2 lin.s y 8 pu.s por el prod.o que se busca.

Exemplo 5.o

v.s	p.s	pulg.s
0	2	5
0	0	7

p.s 1. p.	0	3	8
p.s 6. p		4	10
p.s 1. p	0	3	8
	5	7	8

Para multiplicar 2 p.s y 5 pu.s por 7 pulgadas se supondra 1. pie en el multiplicador, el qual multip.do por la Cant.d de arriba dara 3 pulg.s y 8 lin.s de la vara quadrada, y divi diendo las 7 pu.s en 6 y 1.a por 6 se tomara la mitad del producto de un pie; y por una la $\frac{1}{6}$ de esta mitad: con lo qual sumando el prod.o

Corresp.^{te} al pie supuesto, y sumando los

otros productos, sera el total 5 pi.^{s}, 1 lin.^{a} y

8 puntos de la Vara quadrada.

Exemplo 6.^{o}

v.^{s}	p.^{s}	pulg.^{s}	lin.^{s}	
	2	1	8	
	0	2	0	1
	2	6	8	
1 p.^{e}	2	6	8	
1 p.^{e}	2	6	8 no Corresp.^{de}	
1 pu.^{a}	0	2	6	8
p.^{s} 4 lin.^{s}	0	10	2	8
1	2	2	2	2 . 8

Scholio 1.^{o}

En los Exemplos antezed.^{s} estan espresa

dos todos los Casos q.^{e} pueden ocurrir, y

en la eleczion de las partes aliquotas,

que es arbitraria, siempre se procura

ra tomar las que den mas facilidad y

brevedad, teniendo cuidado en todos los Casos que se hiziesen suposiziones, determinar las prod.s Corresponds. alas Cantidades supuestas

Scholio 2.º

Como la Cantidad que resulta por producto es siempre un Rectangulo delas s.s p.s pu.s &c.a que Contienen enla vara; silos pies del prod.o se quieren reducir à pies Quad.s se multiplicaràn por 3: por q.e el Rect.o hecho delavara en el pie, es ygual à 3 pies quadrados: del mismo modo queriendo reducir las pulg.s delavara quad.a apulg.s quadradas, se multiplicaràn por 36: por q.e el Rect.o hecho deuna vara enuna pulg.a es ygual a 36 pulgadas Quadradas; y deste modo las lineas se multiplicaràn por 432.

Scholio 3.º

En las Obras reales, suele hazerse el asiento, poniendo un precio determinado alavara ya sea quadrada, ò ya Cubica: pero lo

que mas Regutanm.^e se ofrece, es el multi
plicar las Varas Cubicas, por el precio,
que se les determinara, en el Exemplo sig.^te
supondremos, que las varas son Cubicas; y
los pies de la vara Cubica: esto es cada pie
$\frac{1}{3}$ de la Vara Cubica.

Exemplo

	v.^s	p.^s
Cubicas..	63	2
	á 10 v.^s y 4 m.^s	
	630 0	
	7 ... 14	
	3 ... 12 ... $\frac{2}{3}$	
	3 ... 12 ... $\frac{2}{3}$	
	644 .... 5 ... $\frac{1}{3}$	

Quer.^o saver el Ymp.^te de 63 v.^s cubicas, y 2 pies de la Vara Cubica, sien do el precio de la vara C.^a a 10 v.^s y 4 mr.^s, se multiplicaran 1.^o las 63 v.^s p.^r los 10 v.^s y 4 maravedises, y su ymp.^te sera 637 v.^s y 14 m.^s
Para saver el Ymp.^te de los 2 pies; como cada pie se ha Considerado como terz.^a parte de la vara Cubica, se tomara 2 v.^s la terz.^a parte de 10 v.^s y 4 m.^s y sumando el todo sera el Ymp.^te total, 644 v.^s 5 m.^s y $\frac{1}{3}$.

Scholio 4.º

Pudiera hazerse tambien la Multiplicacion. delos Num.s denom.s reduciendo todas las Cantid. alos menores terminos; pero como este Methodo es mas largo, regularm.te se serva como esta Explicado; y aunque para hazer la prueva deven reducirse a una misma Especie todas las Cantid.s no obstante sepuede executar esta, mul.tip.do la mitad dela Cant.d Super.r p.r el du.plo dela Inferior; ó al Contrario; en cuio caso si sale el mismo prod.o esta bien hecha la operazion.

Scholio 5.º

El Calqulo dela Madera, en que regular.m.te se pone precio al pie Cubico, se haze Considerando á estos como Enteros; y ál.as pulg.s y Lin.s como fracciones del pie.

Capitulo 2.º

Dela dimension delas Superf.s Planas.

Propos.n 1.a Problema.

Hallar la superfizie de un Paralelog.mo AB.

Resoluzion.

Multipliquese la base AC p.r la altura RH y se tendra la superfizie. si fuere triang.o se multip.ra la... Scholio. base p.r la mit.d dela alt.a

Si en lugar del paralelog.mo se tuviese un Quadrilatero, se dividira en dos triang.s multip.do la base comun RC por la mitad de la suma delas alturas; se tendra la superfizie del Quadrilatero. si no se pudiesen tirar las perp.s AS, y BK dentro del Quad.o se prolongara qualquier lado AR, y de B se bajara la perpend.r BN, la qual se prolongara, se bajara desde C la perpen CM: Con lo qual multiplicando $MN \overline{\frac{AM + AR - CM}{2}}$ se tendra el trapecio ACMN; del q.l restando la suma de los dos triang.s rectang.s RNB, BMC quedara la superf.e del quadril.o ACBR.

Scholio 2.o

Quando dentro de un triang.o no se puede baxar la perpendicular, se hallara esta por trigonometria midiendo los tres lados del triangulo.

Scholio 3.o

Si se quisiese hallar la superfizie de un polig.o reg.r qualq.a se multiplicara todo el perimetro, esto es la suma de todos sus lados por la mitad de la perpend.r que caiga del centro sobre qualq.a de ellos: porque se conside ra en este caso dividido en triangulos totalmente yg.s y q.e son en ygual numero a los lados del poligono. si el poligono fuese yrregular se dividira en triang.s y si dentro del poligono no pudiesen baxarse las perp.s p.a hallar las superfiz.s de los triangulos

se tiraran fuera sobre los Lados prolong.^s
y de qualq.^r modo sera sienpre facil, ha-
llar la superf.^e de qualquier poligono yrreg.^r

Scholio. 1.^o

Para Hallar la superf.^e de un terreno
muy yrreg.^r como AB se tirara p.^r medio
del, la recta AB, y dividiendola en much.^s
partes yg.^s en los puntos R, H, L, &.^a se
tiraran p.^r ellos las perp.^s SO, KF, NN &.^a
despues se mediran todas estas perpendic.^s
y la summa se partira por el num.^o de ellas;
Con lo qual se tendra una latitud media
entre ellas, la qual multiplicada p.^r la lon
gitud AB dara proxima.^e la superf.^e q.^e
se busca.

Proposiz.^n 2.^a Probl.^a

Dada la razon del diam.^o a la Circ.^{ia}
como 7 . 22 : Hallar la q.^e tiene el Quad.^o
del diam.^o a la superf.^e del Circulo.

Resoluzion

Sea el diam.° ygual ... 1 .... $=1$

sera la Circunf.ª $\frac{22}{7}$ .... $=\frac{22}{7}$

y la mitad sera ... $\frac{11}{7}$ .... $=\frac{11}{7}$

q.e multip.da p.r $\frac{1}{2}$ mit.d del diam.°, da la superf.e

del Circulo ygual $\frac{11}{14}$, y siendo el Quad.°

del diam.° $=1$ sera este ala superf.e del

Circulo como $1 .. \frac{11}{14}$: esto es como $14 .. 11$

Del mismo modo se puede hallar la

razon del Quad.° del diam.° ala superf.e del

Circulo en qualq.ª otra razon del diam.tro

ala Circunferencia.

Propos.n 3.ª Problema

Dado el diam.° AB de un Circulo

Hallar la superfiz.e

Resoluz.n

Hagase la proporz.n como $14 .. 11$ asi

el diam.° AB .. x; y hallando un 4.°

proporz.l se tendra la superf.e q.e se busca

Si dada la superfizie se buscase

el diametro se hara la propor.n como

11..1A asi la superf.e al diam.o q.e se
busca.

Propos.n 1 Problema

Hallar la superf.e del sec.or segmento, y Zonas.

Resoluzion

Sea lo 1.o el secton RCS. midase el arco RMS, o hallando su valor en g. determinese la parte q.e es dela Circunfer.a y multip.do la mitad del arco p.r el radio se tendra la superf.e del sector.

Lo 2.o si se quiere la superf.e del segmento RSM se hallara 1.o la del sec.or RCS, y buscando despues la del triangulo RSC. se tendra la del seg.m.to RMS.

Lo 3.o Para buscar la superf.e dela Zona LKSR se hallara 1.o la del Sec.to LMK y buscando despues la del otro Sec.to RMS, se restara esta dela 1.a y la diferenc.a sera la superf.e dela Zona LSRK.

Scholio.

Si dado el Segmento RMS, no se pudiese medir el Radio, se hallara midiendo la Cuerda RS, y la Sagita HM, con lo qual se trara la proporzion como MH .. HR mitad dela Cuerda asi HR a la 4.ª ppl. y este sera HN y por consig.te $\frac{MH+HN}{2}$ sera el Radio.

Propos.n 5.a Probl.a

Hallar la superf.e dela Corona, ò anillo, Z, &.

Resoluz.n

Hallese la superf.e del Circ.o mayor busquese la del menor, y restando esta dela 1.a la difer.a sera la superfizie que se busca.

Scholio.

Si sobre el diametro AB se levanta en O la perpendicular ON sera esta Radio de un Circulo ygual ala Corona.

Propos.n 6. Probl.a

Hallar la superf.e parab.a ARB siendo la base AB ordenada al exe.

Resoluzion

Multipliquese la base AB por los $\frac{2}{3}$ del exe CR y el prod.o sera la superf.e parabolica, por ser esta como vemos en las secc.s conicas los $\frac{2}{3}$ del triangulo rectang.o circunscrito.

Propos.n 7.a Probl.a

Hallar la superfiz.e eliptica RF, SE.

Resoluzion

Siendo continuas pp.s la superf.e del circ.o del exe mayor; la de la Elypse y la del circ.o del exe menor. se hallara entre las superf.s de los circ.s de los exes una media proporz.l; y esta sera la superfiz.e de la Elypse.

Escolio

Para sacar la raiz quadrada de una superfiz.e compta de v.s p.s y pulg.s de la vara quad.a

se reducira todo â pulgas quadas teniendo presente que cada vara quadrada com-ponen 1296 pulgas quadas cada pie dela vara quada 176 pulgas qs y cada pulga dela vara quada 36 pulgas quadradas Esto supuesto reducida toda la Cantid.
â pulgs quads se sacara de ella la raiz quadrada; y esta se tendra en pulgadas Lineales, que se reduciran â varas, y pies: pero quando entre dos superfizies, se busca una media ppl co-mo en la proporzion antezedente, y despues de reducidas las dos â pulgad. quadradas se multiplicara launa por la otra, y sacando la raiz quada del producto, se tendran las pulgs quads de la superfe media, las quales se redu-ciran desps. a ps pies, pulgs dela vara quadrada.

Scholio 2.o

Si se quisiere sacar la raiz Cubica

serra Cantidad, compuesta de Varas, pies, y pulg.^{s} ô bien hallar el Lado de un Cubo ygual aun Solido dado, se Reduciran las Varas, p.^{s} y pu.^{s} dela Vara Cubica todo â pulgadas Cubicas; y Extrayen do despues la Raiz Cubica, se ten dran las pulg.^{s} lineales del Lado, que se busca. ~~~~~~~~~~

fin del Libro 6.º

†

Libro 7.º

Dela Estereometria ó dimension delos solidos

La medida de qualquier solido, es un Cubo; como una vara Cubica; un pie Cubico; &ª. Del mismo modo que la medida de qualqʳ superfᵉ, es un Quadrado, como una vara Quadª. un Pie Quadrado &ª.

En quanto alos Calculos se observa lo mismo que en los Exemplos del Libro anterᵉ, con la difᵉⁿ que en las dimensiones, que alli se multiplicaron Linea, por Linea: Esto es Longᵈ por Latitud; Con lo qual se produxo la superfizie; pero en estos se multiplica la superfᵉ, pʳ la altª pª hallar la solidez; pʳ qᵉ todo solido Consta delas tres dimens.s Long.d Latitud, y Altura. Como la Vara Cub.a q.e es el producto de una vara Quadrada por una de altura; y Como la Vara Quad.a Consta de 9 p.s quadrados; se sigue que la vara Cubica tiene 27 p.s Cubicos, que es el prod.o de 9 p.s 3, pero siempre se entiende p.r un pie, la 3.a parte de la vara por una pulgada el $\frac{1}{12}$, de un pie; y p.r una linea el $\frac{1}{12}$ de una pulg.a

Con esta Noticia se mediran con Conocimiento los solidos, segun se vera en los Probl.s siguientes.

Propos.n 1.a Probl.a

Hallar la solidez de un Paralelepipedo Rectangulo AD.

Resoluzion

	v.	p.	pu.
Sean... AB =	2	2	2
BC =	1	1	1
CD =	3	0	3

Multipliquese la Long.d AB p.r la latitud BC, y se tendra el Rect.º AC = 3 v.s quad.s 2 p.s 1 pu.a 4 lin.s y 8 puntos dela vara quadrada que multiplicado p.r la alt.a CD dara el Vol.n AD = 11 v.s cu.s 1 p.e 3 pu.s 3 lin.s 4 pun.s y 8 seg.s de la vara Cuvica.

Si el Paralelepypedo fuere Obliquangulo despues de determinada la vase se hallara la altura y multip.do vna p.r otra se tendra la solidez del Paralelepipedo.

Propos.n 2.a Probl.a

Hallar la solidez delos Prismas Cilindros, Piramides, y Conos.

Resoluzion.

Lo 1.º para hallar la solidez del prisma AE, y del Cilindro QI se multiplicara en vno y otro la vase por la altura y el prod.º sera la solidez. Lo 2.º para hallar la dela Piram.e NORS y la del Cono PXQ, se multiplicara en ambos la vase por el terzio dela Altura.

por ser la Piram.e la $\frac{1}{3}$ p.te del Prisma y el Cilindro del Cono de ygual base y altura.

Scholio.

La Superfiz.e del Cilindro sin Comprehender las bases se halla multiplicando la Circunf.a QH de la base p.r el Lado HL si el Cilindro es recto. y si es ~~E~~scaleno p.r la perpend.r determinada entre las dos bases.

La del Cono recto se halla multiplicando el Circ.o de la base PX por la mitad del Lado PQ.

La razon es p.r q.e se produze la Superf.e del Cono recto p.r el movim.to de la recta PQ fixo su extr.o en Q al rededor del Circ.o PX; esta superf.e sera = a la de un sector pqx, cuio lado sea PQ y el arco = al Circ.o de la base PX.

Propⁿ, 3ª, theorª.

La Piramᵈ, truncada triangˣ, se Compone de tres Piramᵈ triangulᵃʳᵉˢ, Contin, proporzionales.

Explicazion

Sean las Piramᵉˢ AB, C, HSR la qual se Consider[e] dividida en otras tres, Con siderando, que pᵒʳ los puntos, CR, B, y H pasa un Plano; y otro por los puntos R, B, C; Con lo qual seran las 3 piramⁱᵉˢ triangᵉˢ, ABCR, RHCB, BHSR que digo son Continuas ppᵉˢ.

Demostrazⁿ.

Las Pirᵉˢ ABCR, RHCB, qᵉ tienen el Vertize en B y sus bases en un mismo plano tendran una misma altura y por Consigᵉ, la razon de las bases, qᵉ son los triangᵉˢ, ACR, RHC; pero estos triangulos teniendo la misma altura, pᵈ estan entre unas mismas paralᵉˢ, son como sus bases AC, y RH: luego las Piram.s ABCR, RHCB tienen la razon de AC.. RH. tambien la Piram.e RHCB es ala Piram.e BHSR por tener la misma alt.a, como la base BCH.. la base BHS y estas bases, o triangulos tienen la razon (p.r estar entre unas mismas Paral.s de BC.. SH: ò bien por la semej.a delos triang.s ABC, RSH de AC. . RH; luego (11 del 6.o) las tres Piram.s ABCR, RHCB, BHSR son Continuas propors.

Propo.n 1.a Probl.a

Hallar la solidez dela Piramide truncada AH.

Resoluzion.

Entre las dos superf.s ABC, RSH ha llese una media pp.l, y la suma de las tres multip.da por el $\frac{1}{3}$ dela Altura dara la solidez dela Pir.e truncada p.s, que sup.do la base ABC = m; y la superf.e para la ^{a} RSH $= n$ y el $\frac{1}{3}$ de la alt.^{a} $= a$ sera la Piram.^{e} tBCR $= am$, y la Pir.^{e} RBHs $= an$: Con lo qual la Piram.^{e} media pp.^{l} sera $a\sqrt{mn}$ y la suma de las tres q.^{e} es la solidez de la Piram.^{e} truncada sera a – $am + a\sqrt{mn} + an$. La media pp.^{l} entre m y n es $\sqrt{mn}$ y la suma de las tres superf.^{s} que es $m + \sqrt{mn} + n$ multiplicado por a, tercio de la altura da ygualm.^{e} la solidez de la Piram.^{e} truncada $am + a\sqrt{mn} + an$.

Corolario.

Si la Piram.^{de}, en lugar de ser triang.^{ar} fuere poligona se halla su solidez del mismo modo, por q.^{e} se puede dividir en Piram.^{s} triangu.^{l} cadas.

Scholio.

tambien pudiera Hallarse la solidez de qualq.^{a} Piram.^{e} truncada, Considerandola entera, y tomando la dif.^{a} de la total entre y la parte supuesta.

⁂ Scholio 2.º ⁂

Si la Piram.e truncada fuere Conica se halla su solidez del mismo modo, por considerarse como Piram.e ynfinitangula.

⁂ Proposic.n 5.ª Prob.a ⁂

Hallar la solidez de dos Muros de quatro gruesos, q.e forme qualquier ang.o y q.e tengan sus planos ynf.r y superiores Parallelos.

⁂ Resoluzion ⁂

Hallese la superf.e super.r sRCSBD y multiplicada por la altura AN dara la solidez, por q.e los dos muros vienen a ser como 2 prismas trapezios unidos en el ang.o D.

⁂ Proposic.n 6.ª Problema. ⁂

Hallar la solidez de un Muro cuio Escarpe forma un angulo saliente.

Resoluzion.

Formando el muro AP, el ang.° saliente L, para hallar su solidez, considerese, q.e por los puntos E y B pasa un plano EH paralelo al plano DA, y otro plano FM par.° al plano NO; con lo qual quedara dividido el muro en tres solidos, q.e son los dos prismas trapezios AHRDE, y el otro NMRFO y la Piramie truncada HLMGFF: con lo qual hallando la solidez de estos tres solidos sera la suma la del muro AP.

Scholio.

Si el muro formase un ang.° entrante, se hallara la solidez de su Escarpe AGNP. considerando que por el punto D pasan dos planos DEF, DMF el 1.° paral.° al plano CAB y el 2.° al plano NOP y considerando que por los puntos DQ pasa otro plano DHG se tendra dividido el solido total en 4 solidos que son los 2 prismas triangul.s, ADFC, FDOMN, y las 2 piram.s Quadrilat.as

DHONL, DHOML; cuias bases son los pa

ralelog.s EQ, LE y Hallando la solidez de

los 2 Prismas y las 2 piram.s la suma

será la del descanso del muro.

Propos.n 7.a Probl.a

Hallar la solidez del segm del Ci

lindro, del sector del Cono truncado

y dela Corona Cilindrica.

Resoluz.n

Lo 1.º La solidez del sector Cilind.co NS,

se hallara multip.do el sector dela base NCH

por la altura; p.r q.e dho sector Cilíndrico

es un Prisma cuios planos Opuestos y para

lelos son los dos secto.s NCH, LUM; Lo 2.º

La solidez del sector TO del Cono truncado

TX, se hallara como la dema Piram, de trun

cada, cuios planos opuestos y semejantes

son los dos sectores TRD, VOZ. Lo 3.º

La Corona Cilindrica se hallara multipl.do la Corª, de la basε AGHB por la altura, porq.e esta solidez es ygual ala difª entre los dos Cilindros AC y GF

Scholio 1.º

Si teniendo dentro de un Cono un Campo AP del Cilindro PSOH se corta por los planos CFLD, CLMD; si se quiere la solidez del segmento ELQMNDRQ se hallara primero la del segtor del Cono truncado FDMFL, y buscando despues la del segtor Cilindrico QRNFQ se restara esta dela 1ª y la diferª sera la del solido que se busca.

Scholio 2.º

teniendo dentro del Cilindro MT el Cono truncado FR y Cortandose por los planos OHVT, SHVK, se hallara la solidez del segmento OTFLKSRP, restando del segtor Cilindrico OSKVT, el segtor del Cono truncado PRLQF.

~ # Propos.n 8.a Theore.a # ~ ~

La solidez dela semiesphera; es los $\frac{2}{3}$ del Cilindro Circunscripto.

Demostraz.n

Siendo la Semiesphera AxB y el Cilindro Circunscripto AC; Concivase la Piram.e Conica CPT q.e tenga su base CT ygual y en el mismo plano q.e el Circ.o CB y el vert.e T en el Circ.o del plano del Circ.o AC: Concivase tambien que al Cilindro ala semiesph.a y al Cono, los corta un plano paral.o ala base AB; esto supuesto enseña el Radio SH sera ZH radio deun Circ.o ygual ala Cor.a RSKL. pero HZ es = PO = un radio del Circ.o MN; luego este Circulo es ygual á la Corona RSKL; y por consig.e todos los Circ.s MN q.e multypl.d. p.r el elem.to dela alt.a PV componen la Piram.e Conica CPT son ygs. a todas las Coronas RSKN q.e multyp.s p.r el elem.to dela = PV componen el Espacio

A, compon en el Sol.^{do} q.^{e} es la dif.^{a} entre las

Semiespheras y el Cilindro; pero la pir.^{de}

Conica CPT, q.^{e} es ygl. a dho solido, es la ter

zera parte del Cilindro AC, luego la

Semiesph.^{a} XB es los $\frac{2}{3}$ deste Cilindro.

Corolario.

De aqui se sigue que para Hallar la

solidez dela Semiesph.^{a} XB, se multi

plicara el Circ.^{o} Maximo AB por los $\frac{2}{3}$

del radio de XX. y por Consig.^{e} la dela

~~S~~ sphera, sera el prod.^{o} del Cir.^{o} mâx.

por los $\frac{2}{3}$ del diametro.

Propos.^{n} 7.^{a} theorema

La Superf.^{e} dela Semiesph.^{a} AXB es

ygual â la del Cilindro Circunsc.^{o} AC.

Demostraz.^{n}

Conziderando que del Cilindro AC se

quita la Pir.^{e} Conica DHC q.^{e} es su terz.^{a}

parte, sera el Sol.^{o} q.^{e} queda en el Cili.^{o}

ygual al Semiesphera XB, y Considerando

que dho solido ADHCB se compone de infinitas Piram.s cuio vertice es H, y sus bases, sean la superf.e del Cilindro; si esta semiesph.a ADB que es igual à dho solido se consideran igual num.o de Piram.s cuio vertice sea tambien H; y sus bases formen la superf.e dela semiesphera; como estas Piram.s se consideran igl.s y tienen la misma alt.a HB, que las del solido ABHCD tendran sus bases iguales alas dela semiesphera; y por consig.e la superf.e desta igual ala del Cilindro AC.

Corolario.

Siendo la superf.e del Cilindro AC igl. ala Circunf.a ABX, por la Alt.a HX, sera la superficie dela semiesph.a igl. al prod.o dela Circunf.a del Circ.o maximo por el radio; y por consiguiente la superf.e dela sphera igual ala Circunf.a del Circ.o max.o X, por el diametro.

Corolario 2.º

La superf.e del circulo maximo es la quarta parte dela dela esph.a por ser el prod.o del circ.o maximo por la quarta parte del diametro.

Corolario 3.º

Si se descrive un circ.o cuio radio sea el diametro AB sera su superficie ygual ala dela esphera; por ser las superfi.s delos circ.os como los quad.s delos radios.

Corolario 4.º

Las superf.s delas spheras; son como sus circulos maximos y por consig.te como los quad.s de sus radios; con que siempre que se den los radios de dos esphenas des yg.s se hallara el radio de una esph.a cuia superf.e sea ygual ala difer.a delas otras dos; formando un triang.o rectangulo, cuia hypotenusa sea el radio maior, y los otros dos lados, los Radios delas dos Esph.s menores.

Corolario 5.°

Si dado el Radio a de una sphera, se quiere buscar el Radio x de otra, a cuya superf.e tenga la dela sphera dada, que tiene razon como la de $m..n$, seran proporz.s $m..n::a^2..xx$; y p.r Consig.e $x=\sqrt{\frac{a^2n}{m}}$, con que busc.o una quarta pp.l b $\hat{a}, mn$, y $\hat{a}, a$, y hallando una media pp.l entre $\hat{a}$ y b se tendra el Radio X.

Scholio.

Siendo (supuesta la razon de Arquim.s) del diametro ala Circunf.a) el quadrado del diam.o ala superf.e del Circ.o como 14..11 sera el Cubo del diametro dela Esphera, ala solidez della, como 21..11. por que sup.to el diam.o del Circ.o maior dela Esphera $=1$, sera la superfiz.e de dho Circulo $\frac{11}{14}$ que multiplicada por $\frac{2}{3}$ dara la solidez dela Esphera $=\frac{22}{42}=\frac{11}{21}$

y siendo el Cubo de diametro $= 1$, sera este á otra solidez, como $1 .. \frac{11}{21}$ ó bien como $21 .. 11$

Propos.n 5.a theore.a

La Solidez dela Zona ASKB es los $\frac{2}{3}$ del Cilindro Circunscripto ARLB mas el tercio del Cilindro Inscripto TSKA,

Demostraz.n

Siendo el solido ARS (que es el Comprehendido entre la superf.e dela Zona, y la del Cilindro Circunscripto) la terzera parte dela Corona Cilindrica RSTA q.e es la diferencia entre el Cilindro Circ.to AL y el Inscripto TK; y siendo tambien la Piram.e Conica SHK la terz.a parte del Cil.o TK, se sigue que todo el solido ASHKB es los $\frac{2}{3}$ dela Corona Cilindrica AS m.s el Cilindro TK: esto es del Cilindro Circunsc.o AL: y si se le añade la Piram.e Conica SHK sera toda la Zona ASKB, los $\frac{2}{3}$ del Cilind.o Circuns.o AL mas los $\frac{2}{3}$

del Cilindro Inscrito TK.

✻ Corolario. ✻

La solidez dela Zona se hallara multiplicando el Circulo Maximo AB por los $\frac{2}{3}$ dela sagita HZ; y el Circulo menor SK por el terzio de dha sagita; con lo qual la suma delos dos solidos sera la solidez dela Zona.

✻ Corolario 2.º ✻

Hallada la solidez dela Zona ASKB si esta se resta dela dela semiesph.ª AXB la difer.ª sera la solidez del segm.to ~~e~~ sphenico SXK.

Corolario 3.º

Si se huviese la solidez dema Zona Intermedia DRHS, se hallara 1.º la de la Zona total ADHS y restando della la de la Zona ABRD la difer.ª sera la solidez dela otra DRHS

✻ Propos.n 11 theore.ª ✻

la Superfizie dela Zona AVKB es ygual ala desu Cilindro Circunscripto Correspondiente AL

Demostrazion.

Siendo el Segmento Solido AVHKB ygual ARLHB; y se consideran ambos compuestos de infinitas Piramides yguales en numero, y entre si, cuyos vertizes esten en H y las bases delas vnas formen la Superfizie del Cilindro AL y las otras las dela Zona AK, siendo dichas Piramides yguales y teniendo vna misma Altura AH sera la suma delas bases delas que Componen el Solido ARHLB ygual ala suma delas bases que Componen el otro Solido AVHKB esto es la Superfizie del Cilindro AL ygual ala dela Zona AVKB.

Corolario.

La Superfizie dela Zona AVKB se halla multiplicando la Circunferencia del Circulo mayor AB por la altura HZ.

La del Segm.to Esphericó SXK que es ygual á la de su Cilindro Corresp.te RP será el prod.o de la Circunf.a AB p.r la altura ZX. y del mismo modo la superf.e de qualq.a Zona DRH se hallará multiplicando la Circunf.a AB por la altura EK.

Scholio.

La solidez del Segtor Espherico DMRC se hallará busc.do 1.o la del segmento DMR y sumando ésta con la Piram.e Conca- DRCP; ygualm.e se puede hallar considerado el Sector Comp.to de Infinitas Piramides, que tengan su vertize en el Centro C, y cuyas bases formen la Superf.e del Segm.to DMR en cuio caso multip.do dha Superfizie, p.r la terz.a parte del radio DC, se tendrá la solidez del Segtor.

Propos.n 12 Problema

Hallar La Solidez de vn Paraboloyde.

Resoluzion.

Siendo el Paraboloyde un solido produzido por la Revoluz.on de la semiparab.a CAD al rededor del Exe AB, conservandose este, perpend.r ala Ordenada CD; se hallara su solidez multyp.do el Circulo CD p.r la mitad del Exe AB; por que si se considera este dividido en infinitas abcisas, que esten en progresion Arithmetica por los Circ.s HK, MN &a paralelos ala base CD, siendo las abcisas AF, AP &a como los Quad.s delas semiordenadas HF, MP &, y estos p.r ser radios, como los Circ.s, HK, MN &a se sigue que estos tendran la misma razon q.e las Abcisas Correspond.s, y por Consig.te estaran todos en progresion Arithmetica; cuio primer term.o es Cero, y el Vltimo el Circulo CD, siendo el num.o delos terminos el Exe AB, por considerarse dividido en las infinitas partes, yguales al numero delos term.s dela Progresion.

Pero la suma de qualq.x prog.n Arithm.ca se halla multip.do el 1.o y ult.o term.o p.r la mitad del num.o de los term.s luego la solid.z del Paraboloyde CAD se hallara multiplic.do el Circ.o CD p.r la mitad de la altura BA.

Propos.n 13 Probl.a

Hallar la solidez de un Espheroyde.

Resoluzion.

El Espheroyde pueda Conzevirse de dos modos; ô producido por la Revoluzion de una Semielipse AHB al rededor del Exe 7 AB; ô por la de la Semielipse NSM al rededor del Exe ∠ NM: en el primer Caso se llama Espheroyde Longa y Espheroyde Lata en el segundo.

La Solidez de la Espheroyde Longa se halla multiplicando el Circ.o del Exe ∠ HS por los $\frac{2}{3}$ del 7 AB; fundado en que si se Conzive, Circ.ta una esphera al

Espheroyde; sera el Circ.º cuio diam.tro es FK, al Circ.º cuio diam.º es SH, como todos los Circ.es que componen la Esph.a AKBF, a todos los q.e componen el Espheroyde AHBS; por ser los Quad.s delas ordenadas en el Circ.º como todas las quad.s delas ordenadas en la Elipse; pero la solidez dela Esph.a se halla multip.do el Circ.º cuio diam.º es FK p.r los $\frac{2}{3}$ de AB, lueg.º la del Espheroyde se hallara multip.do el Circ.º cuio diam.º es SH p.r $\frac{2}{3}$ del Exe AB.

La solidez del Espheroyde Lata SNOM se hallara por la misma razon multip.do el Circ.º del Exe SO, por los $\frac{2}{3}$ del Exe LMN.

Scholio.

Quando se ofreze medir un solido mui Irregular y q.e no pueden reducirse a los solidos regulares se suele poner en un

Cason Paralelepipedo llenando todos los vazios con agua, ô Arena, y midiendo el todo; se mide tambien la Cantidad del agua, ô Arena; y la diferencia, sera el solido, que se busca.

Scholio 2.º

La Aplicazion dela Estereometria alos Edifizios Militares y Civiles, Excavaziones, Minas, &a. se dara en el propio lugar, que Corresponde.

FIN DEL LIBRO 7.º

Libro 8.°

Del Nivelamiento

Por medio del Nivelamiento se regulan dichos se aseguran y hermosean los Edifiz.s militar.s y Civiles: se examinan las Alturas y Profundidades de qualquier terreno; se conduzen las Aguas de unos Parajes á otros; y en fin se hazen otras muchas cosas utiles en la vida humana.

Definizion 1.a

Dos puntos se dize que estan de Nivel: quando distan ygualmente del Centro dela tierra, ó delos Graves como si los puntos R, y S distan ygualm.te del Centro C, se dirá que estan en Nivel.

Definizion 2.a

Linea de Nivel verdad.a es aquella cuios puntos estan todos en un mismo Nivel, y por

consig.^e no puede ser Linea Recta, ni otra

que un arco de Circulo como AK.

Definizion 3.ª

Linea de Nivel Aparente, es qualq.ª

recta Orizontal, ó Paral.ª al Orizonte

RS, tangente al Circ.º dela tierra; y por

consig.^e perpend.ª al Diametro AB. Quan

do la Linea de Nivel Aparente es mui pe

queña como AM, se puede tomar p.^r Linea

de Nivel verdadero; por q.^e en este Caso la

tang.^te casi se confunde con el Arco.

Corolario 1.º

En la Linea RS de Nivel Aparente

qualesq.ª dos puntos R y S ygualm.^e dis

tantes del del Contacto A estan de verdad.º

Nivel, por q.^e en este caso distan ygualm.^e

del Centro C.

Corolario 2.º

Como el Nivelam.^to se haze p.^r Visuales, qᵉ son Lineas Rectas paralˢ al Orizonte se sigue qᵉ estas practicas, se execu tan siempre por Lineas de Nivel apa rente. — Schol. 1º.

Si dos puntos como A y S estan de Nivel aparente, y los puntos A y K de Nivel verdº. la Recta SK (qᵉ alargada pasa por el Cen tro C) es la diferª. entre el Nivel aparente y el verdadero.... Scholio 2º.

Quando la Linea del Nivel aparente, es tan Corta que no Excede de 250 a 300 varas se desprecia la difereª. pʳ. ser ynsensible; pero en llegando á ser 7, es nezesario restarla para tener los puntos en verdadero Nivel.

Antes de dar las Practicas de la Nivela zion se dará una Notª. de los Niveles mas Comunes.

Del Nivel de Peso.

Aunque ay varios Niveles de peso, el

mas comun es el sig.te que se forma con dos Reg.s yguales AB y BC dispuestas en qualq.a angulo aunq.e es el mexor el recto, y unidas con otra Regla FC de suerte que los lados BF, BG sean yguales; la FG se divide p.r medio con la recta LK y en B se suspende un hilo de un plomo H.

Este Nivel, solo sirve para distanz.s mui cortas, como para saver si las hi-ladas de piedra, ó Ladrillo en la con-truzaon de un muro esta de Nivel; lo qual se examina poniendo sobre el muro una regla ML y sobre ella el Nivel, y si el hilo aplomo cay sobre la recta LK estaran de Nivel los puntos R y M: por q.e siendo las rectas RM, FG paralelas sera la BH que va al centro de la tierra perpend.r a la RM; y por consiguiente esta se-ra Linea orizontal.

Del Nivel de Ayre.

El Nivel de Ayre es commodo para qualquier distancia: Consiste en un Cilindro o Cañon de Cristal AB de 12 a 16 pulgadas de Largo lleno de algun Licor que no este dispuesto à Congelarse Como el Espiritu de vino; y se deja el espazio de una ò dos gotas para que Ocupe una pequeña porzion de Ayre: Guarnezese de Laton, ò Cobre, quedando alla mitad descubierta una porzion del Cilindro; para que pueda verse quando queda parada la bola de Ayre en el medio F: tiene despues una planta o Regla RH; de modo que las Rectas AB y RH sean paralelas. para distanzias Cortas ì ò para anivelar algun Plano, bastara poner el Nivel sobre el y si la bola de ayre se detiene en F, estara bien anivelado pero para distanz.s largas, se dispondra el Nivel con su Pie y en su extremi

R y H dos divisas, para dividir las di-
visiones.

Del Nivel de Agua

Entre los Instrum.tos que sirven ala Nivelazion el mas Comun es el Nivel de Agua, que Consiste en un Cañon Curva de Oja de Lata AMNS de quatro â 5 pies de Largo y Pulgada y media de diametro en los Extremos K y S se afirman dos pequeños Cilindros de Cristal abiertos por ambas partes, pero bien embetunados con el Cañon de Oja de Lata: en medio deste se pone la Virota I que Corresponde al pie IV de 4, pies y $\frac{1}{2}$ de alto.

El Uso deste Nivel se haze llenando el Cañon de Oja de Lata por qualquiera de sus Extremos, y moviendolo, para q.e salga todo el Ayre, se dejara reposar el Agua, hasta q.e las dos superf.s A y B queden

en perfecto Reposo. Hecho esto sirve-
quiere anivelar qualquier punto H, se di-
rixe (poniendo en dho punto vna Regla
o H lo mas perpendr. al Orizonte que se
pueda) la visual ABC por las dos superfi-
fizies del Agua A y B. con lo qual Re-
tando la Altura CH dela que tiene la su-
perficie del Agua sobre el punto V; se ten-
dra quanto esta mas elevada el punto
H sobre el punto V.
quando el Ynstrumento se pone en vno
delos Extremos dela distancia que se
quiere Nivelar; la Operazn. que se haze
se llama nivelada simple: y quando se
pone entre los dos Extremos. ô en el medio
lo que se haze para dirijir visuales a
vno y otro Lado, se dize Nivelada doble.
Quando la Nivelazn. se haze con sola
vna Estazion, se llama Nivelamiento
simple: pero quando se hazen muchas se

dize Nivelamiento Compuesto.

Las Practicas de Nivel de Agua deven hazerse en dias claros y apazibles, para que pueda verse bien la superfc. del agua y el viento no la altere.

En la Regla HR se pone una tablilla blanca, ó Cubierta de papel con una Cruz negra en el medio de un pie de Largo y medio de Ancho, la qual deve moverse li bremente por toda la Regla, y asegurarse quando se quiera en qualqr. pte. de ella

Proposn. 1a. Probla.

Hallar quanto el termo. C esta mas elevado que el termino A.

Resoluzion

Supuesto que la Nivelacion se ha de hazer por niveladas simps. por no per mitir el terro. niveladas dobles; se pon dra el Nivel en A, y la Regla en un pa rage que parezca Combente. como B

Hecho esto, se dirijira por la superfic.e
del agua la visual BR; con lo qual RN
que es la difer.a entre la alt.a del nivel y
BR sera lo que el punto B esta mas ele
vado sobre el punto A; y llevando
despues el nivel al punto B se pondra
la regla en C, y se dirijira la visual sH
Con lo qual restando CH dela altura
del nivel se tendra lo que el punto C
esta mas elevado que el punto B; y
añadiendo a esta difer.a entre los puntos B y
C; lo que el punto B esta mas elevado
que A se tendra la elevazion del ter
mino C sobre el termino A

Scholio.

Quando se nezesitan hazer muc-
has Estaziones, se ponen para ma
yor brevedad en una Columna todas
las alt.s BR, CH &c.a dela regla en cada
estazion y la suma restada dela alt.a

dela alt.a del Nivel multip.da p.r el nu
mero delas estaz.s da la difer.a de Nivel
delos terminos Extremos.

Scholio 2.o

Si Para anivelar los puntos R y A,
permitiese el terreno Nivetadas do-
bles, puesto el Nivel en vn punto B se
pondra vna Regla en A y otra en C,
que con corta difer.a sea equidist.te
de B y despues de Nivelados por vn lado
y otro del Nivel ala s Reglas se de
terminaran en ellas la alturas AP
y CN, hecho esto se pasara el Nivel
a otra Estazion D y haz.do la Obser
vazion Correspondiente despues depues
ta la Regla en R se determinaran
las Alturas CN y RN y restando de
AP+CN, CN+RH la difer.a sera lo
que el termino R este mas elevado
que el termino A.

Scholio 3.°

Quando en el terreno que se nivela, se encuentran alturas y profundid.s se pone en una Columna las alturas de cada estazion que se encuentran sub.e y en otra las que se hallan va-xando; y restando las unas de las otras la diferencia sera lo que esta mas ele-vado un extremo que otro.

Propos.n 2.a Probl.a

Reduzir, ô hallar la difer.a entre nivel apar.e y verd.o en qualq.a distan.a dada.

Resoluzion.

Supuesto que la distancia AB siendo li-nea de nivel aparente sea mui larga como de 2000 varas; se reducirá a pul-gadas, que se quadraran y se tendran 5184000000. El semidiam.o de la tierra reducido â pulgad.s es 275418476 quadrese y se tendra 75856006617716576. 75856001433706576...

Sumando este Quad.° con el de la distancia AB. se tendra 753560066477146576: de cuia Cantidad sacando la Raiz Quad.^{a} se tendra $\overline{CB}^2 = 2714540502\frac{3}{4}$: y restando de ella el Semidiam.° de la tierra BH se tendra BH = 26 Pulg.^{s} y 3 Lin.^{s} p.^{a} la diferencia entre el Nivel apare.^{te} y verd.° en la distancia AB.

Scholio. 1.°

Siendo $\overline{AB}^2 = BK \times BH$: y siendo BK sensiblemente ygual HK: sera $\overline{AB}^2 = HK \times HB$ Con que hallando una terz.^{a} p.^{pl} al Diametro de la tierra HK y a la distancia AB, se tendria mui proxima.^{te} la difere.^{a} del Nivel BH.

Scholio 2.°

tomando, como en el Sch.° anteced.^{te} el Diam.° en lugar de BK y RL sera $\overline{AB}^2 .. \overline{AR}^2 :: BH .. Rs$: Con q.^{e} p.^{a} hallar la difer.^{a} de nivel en el extremo R se-

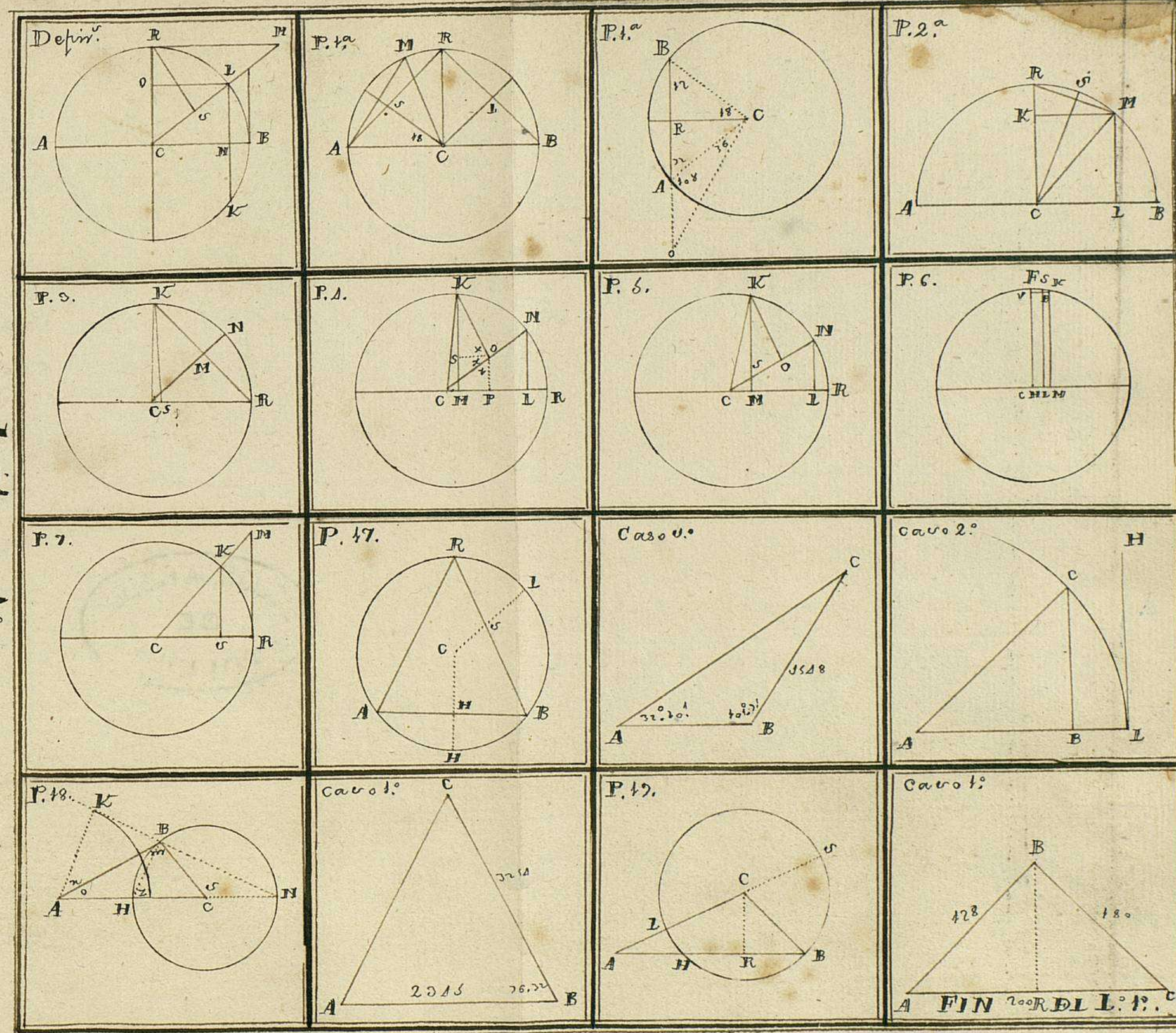
para la proporz.n 1000000..26 $\frac{3}{4}$..AR..Rs.
Del mismo modo se hallara la diferen.a de
Nivel en qualquiera otra distanzia.

Scholio 3.o

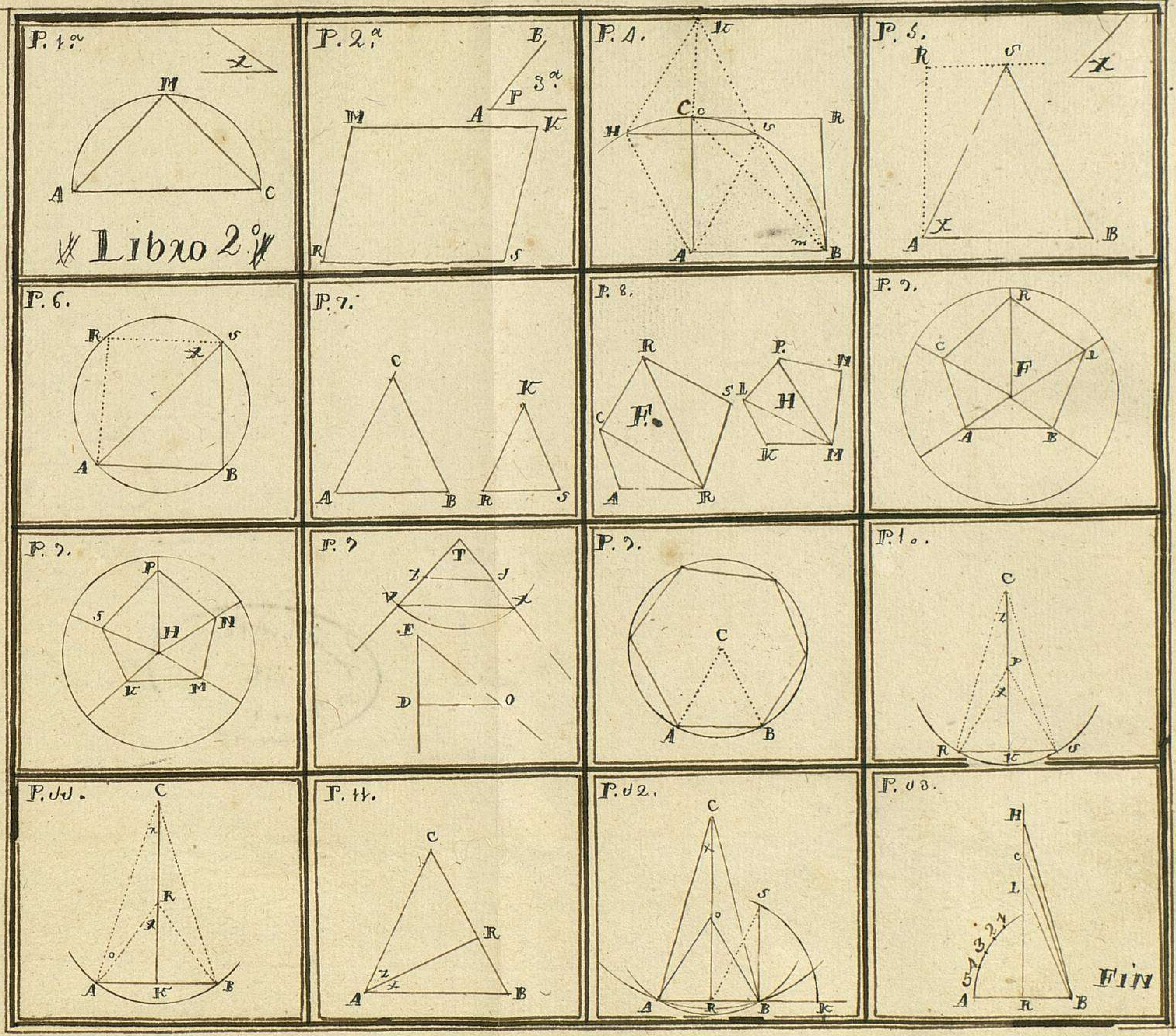
Por medio de las practicas antezed.s
se haze el perfil de qualquier terreno,
por yrregular que sea, porque el per
fil no es otra cosa, que la seczion de un
Plano vertical, perpendicular al oriz.te
por medio del qual se manifiesta, las
desygualdades dela parte que correspon
de a la seczion. Como ygualmente si en
ellas se hallan algunos edifiz.s declara
su altura, grueso, y direczion de sus
partes. Cuias particularid.s, y otras como
son las de sondeos de puentes y Rios
se dexan por ser mas propias p.a la
clase del diseño.

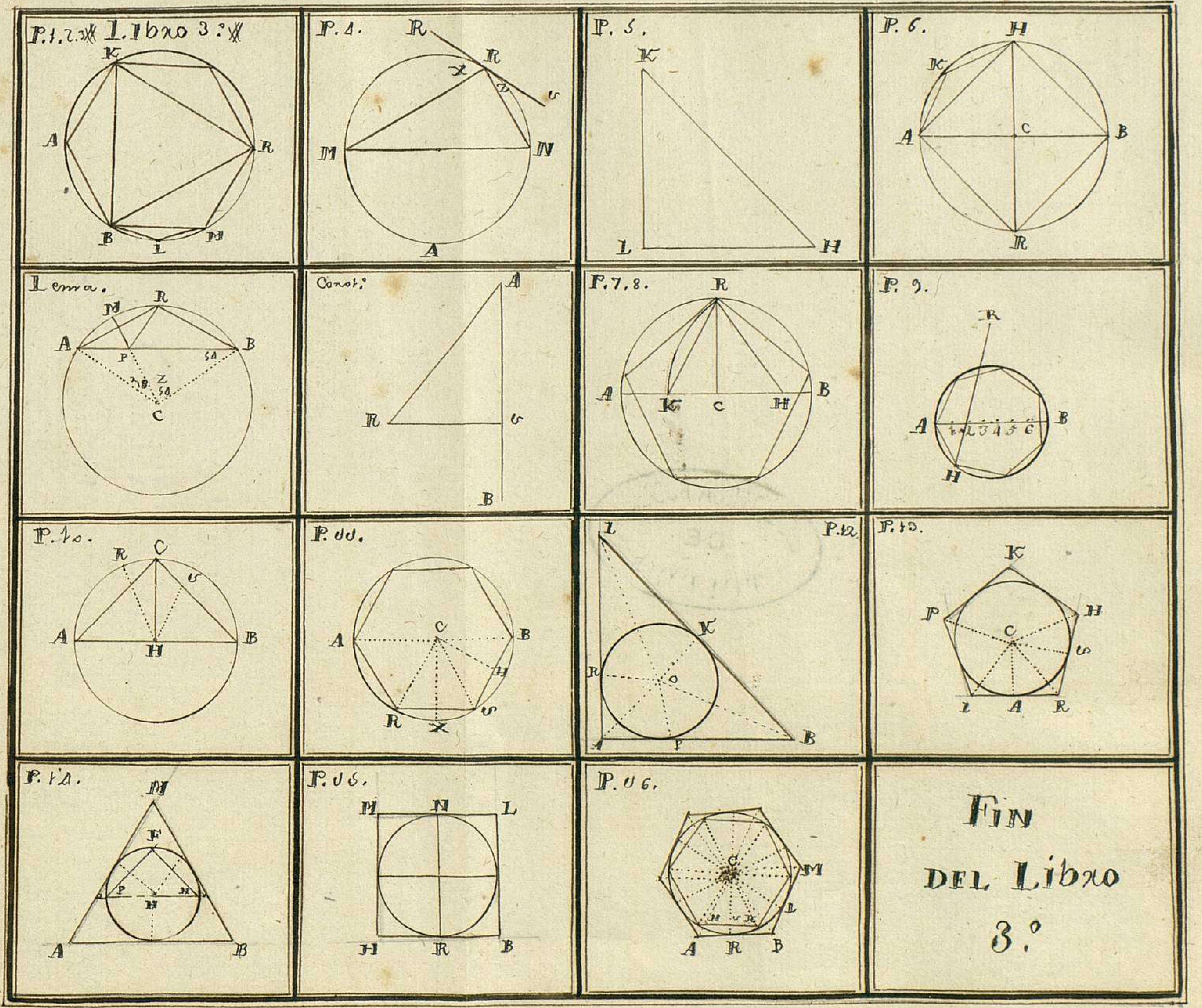
FIN DEL L. 8.o

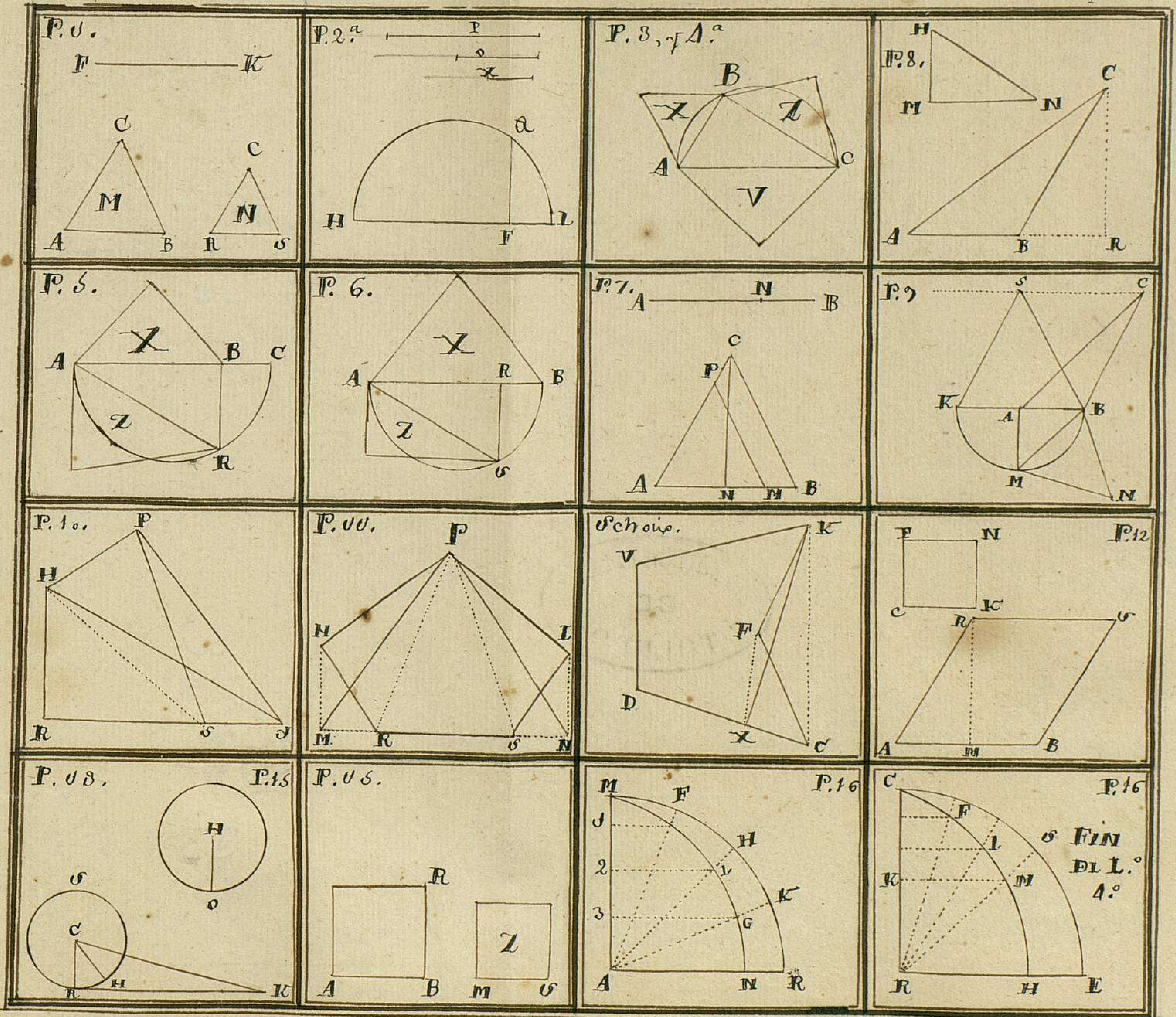
* Libro 1.º *



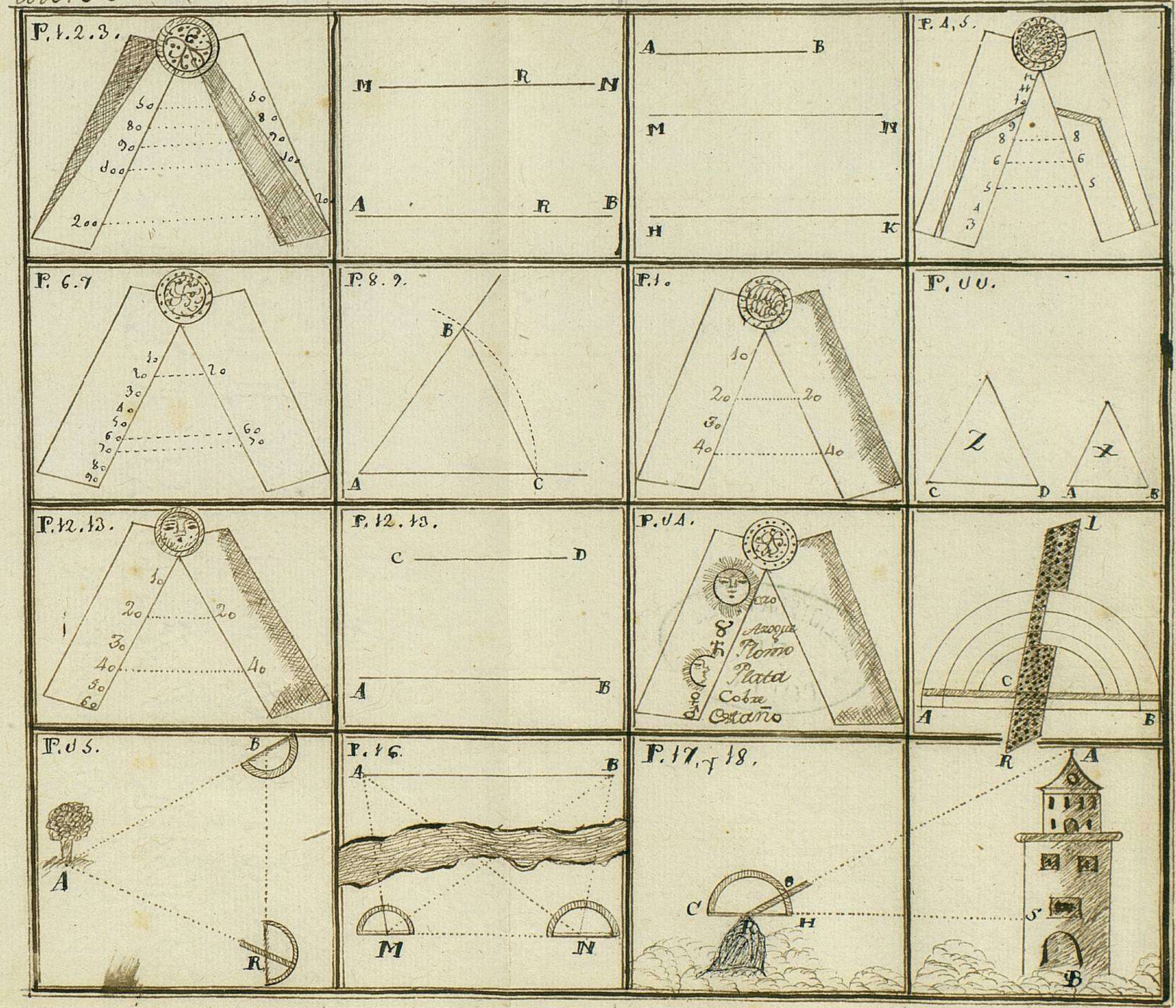
Defin.
P. 1.ª
P. 1.ª
P. 2.ª
P. 3.
P. 4.
P. 5.
P. 6.
P. 7.
P. 17.
Caso 1.º
3548
Caso 2.º
P. 18.
Caso 1.º
3254
2315
P. 19.
Caso 1.º
128
180
FIN DEL L.º 1.º

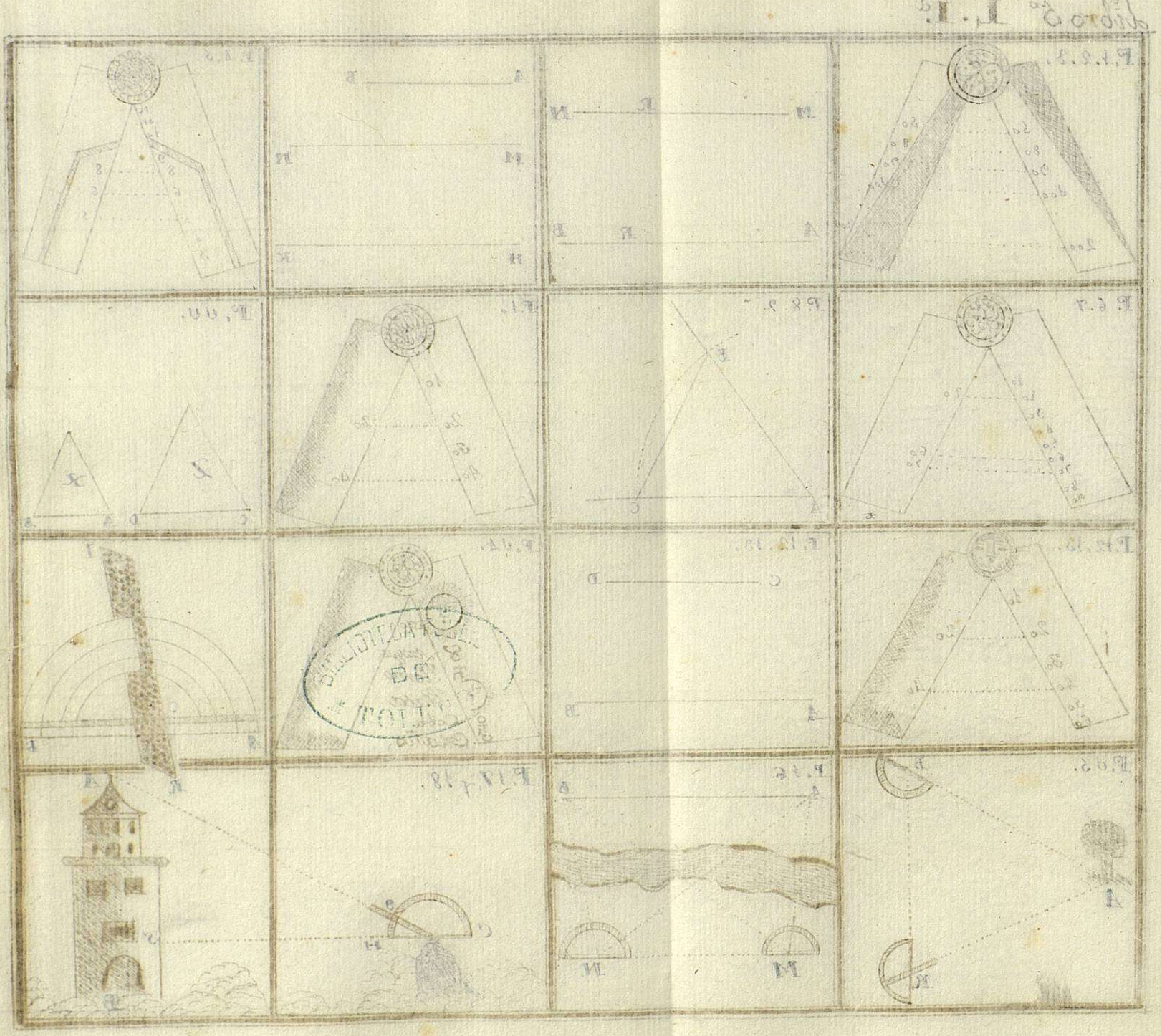

P. 1ª
Libro 2º
P. 2ª
P. 4.
P. 5.
P. 6.
P. 7.
P. 8.
FIN


Libro 3.º
P. 1. 2.
P. 4.
P. 5.
P. 6.
Lema.
Const.
P. 7. 8.
P. 9.
P. 10.
P. 11.
P. 12.
P. 13.
P. 14.
P. 15.
P. 16.
FIN
DEL Libro
3.º

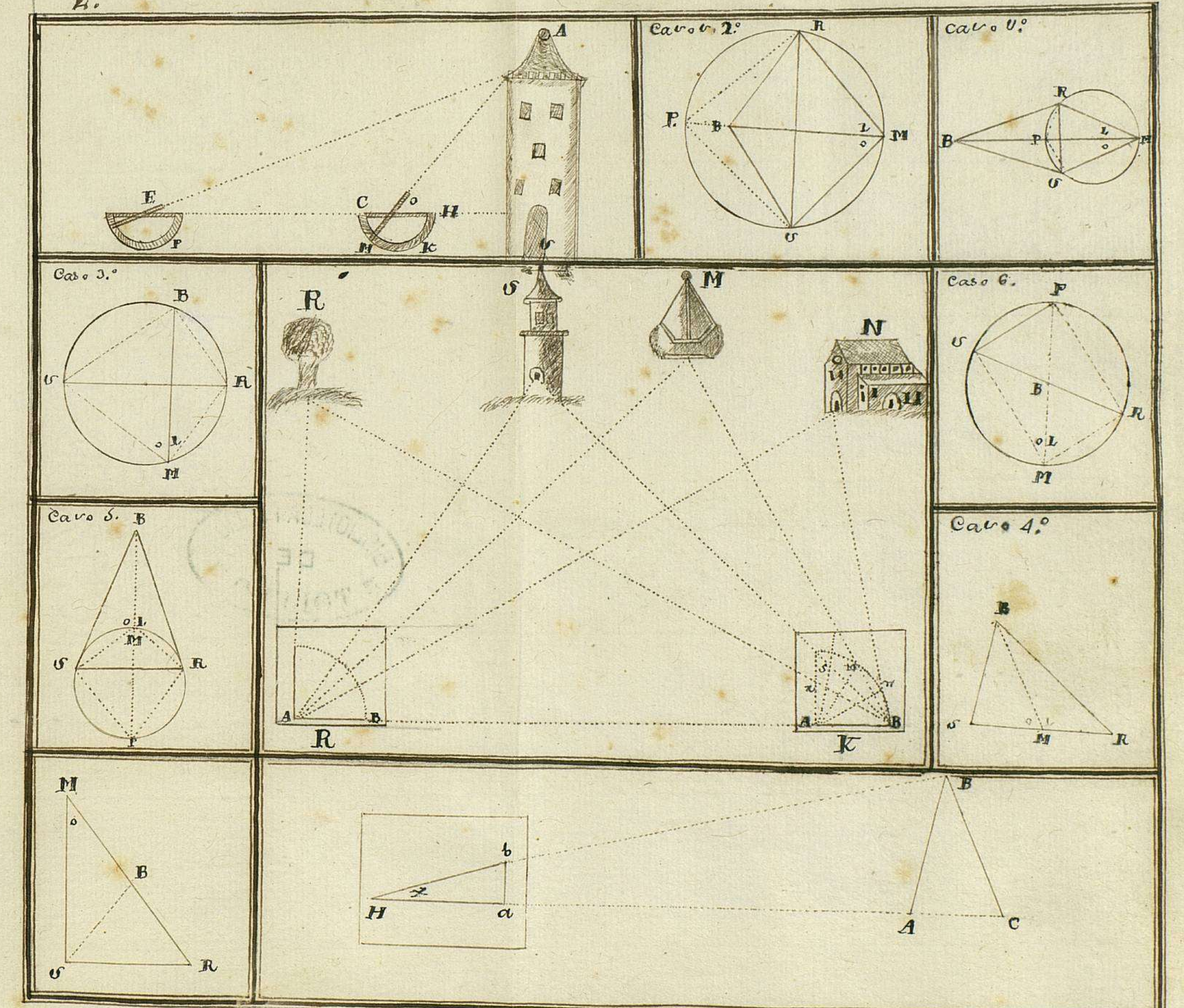

F. 1.
F. 2.ª
F. 3, y 4.ª
F. 8.
F. 5.
F. 6.
F. 7.
F. 9
F. 10.
F. 11.
Schol.
F. 12
F. 13.
F. 15
F. 14.
F. 16
F. 16
FIN
DL L.º
4.º

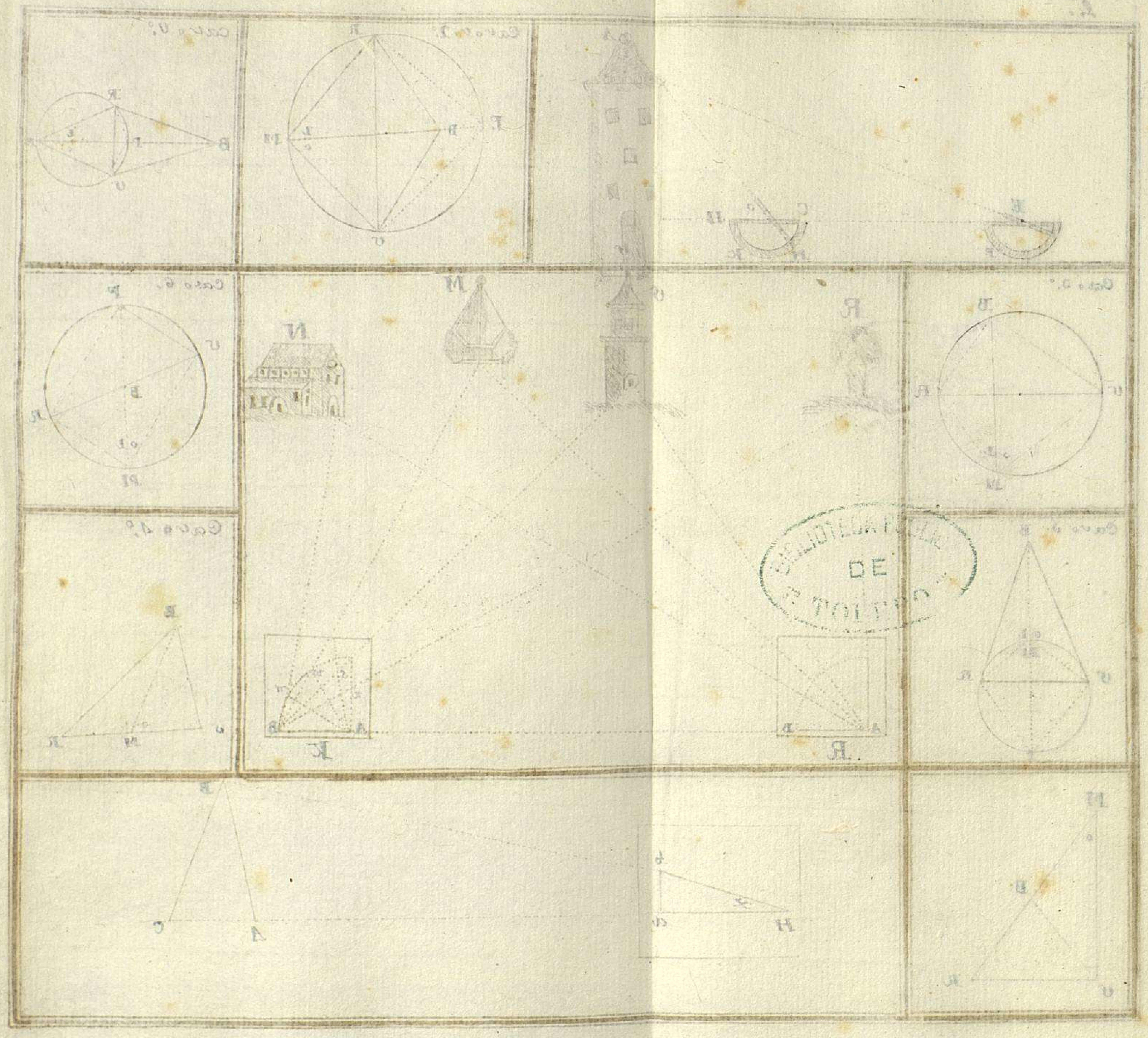
Libro 5.º L. I.ª


F. 1.2.3.
F. 4,5.
F. 6.7
F. 8.9.
F. 10.
F. 11.
Z
X
F. 12.13.
F. 12.13.
F. 14.
Azogue
Plomo
Plata
Cobre
Estaño
F. 15.
F. 16.
F. 17. y 18.

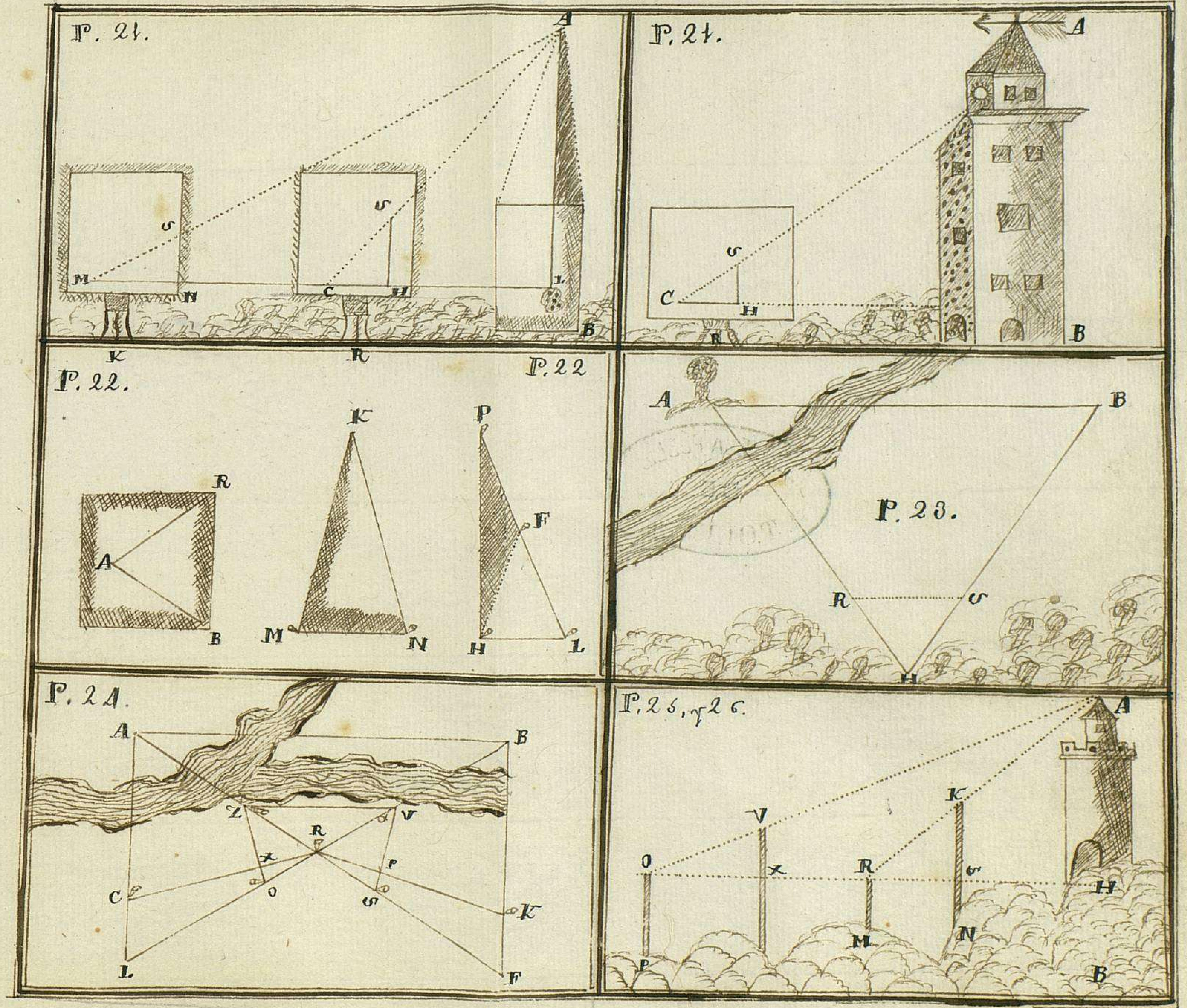


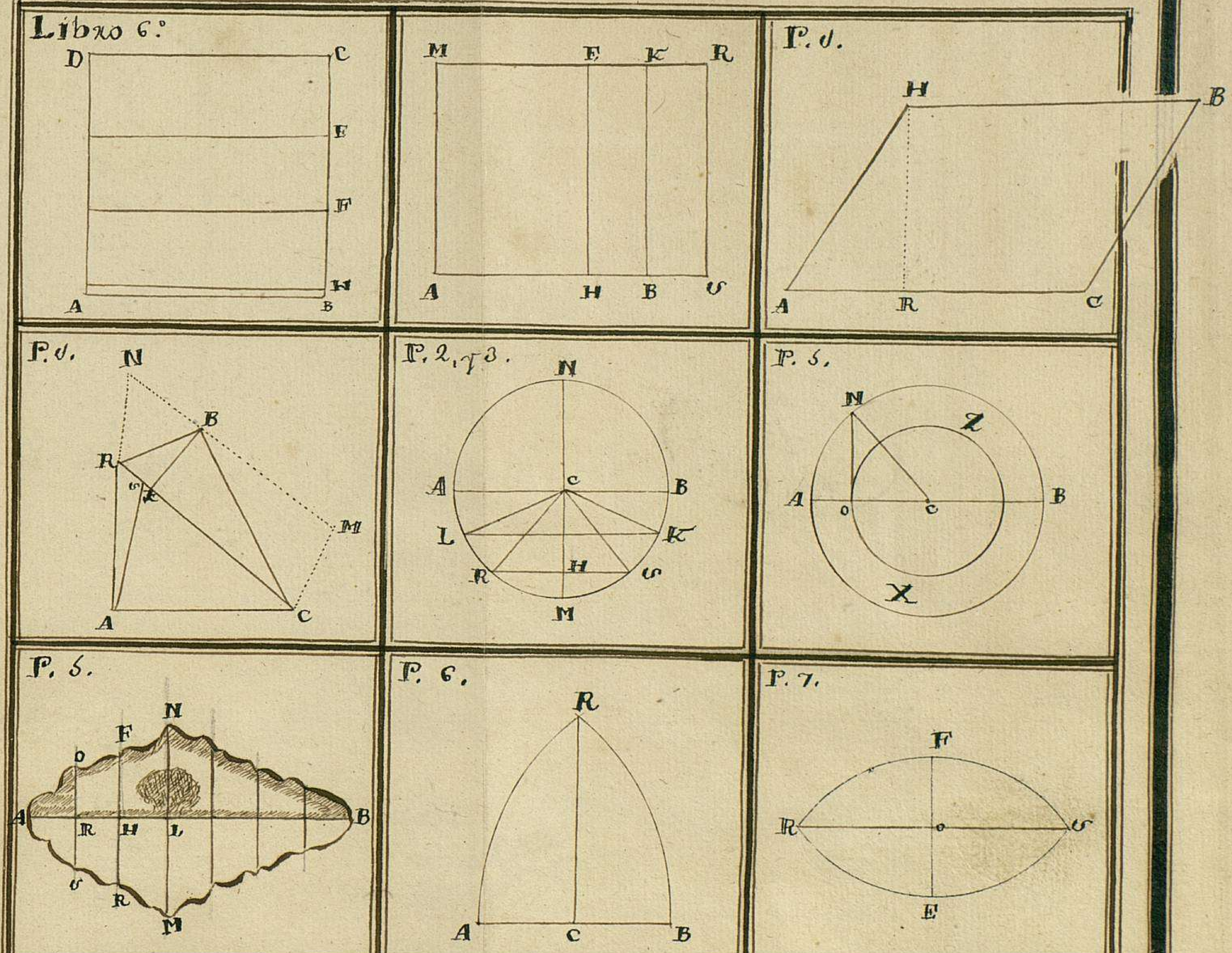
2ª





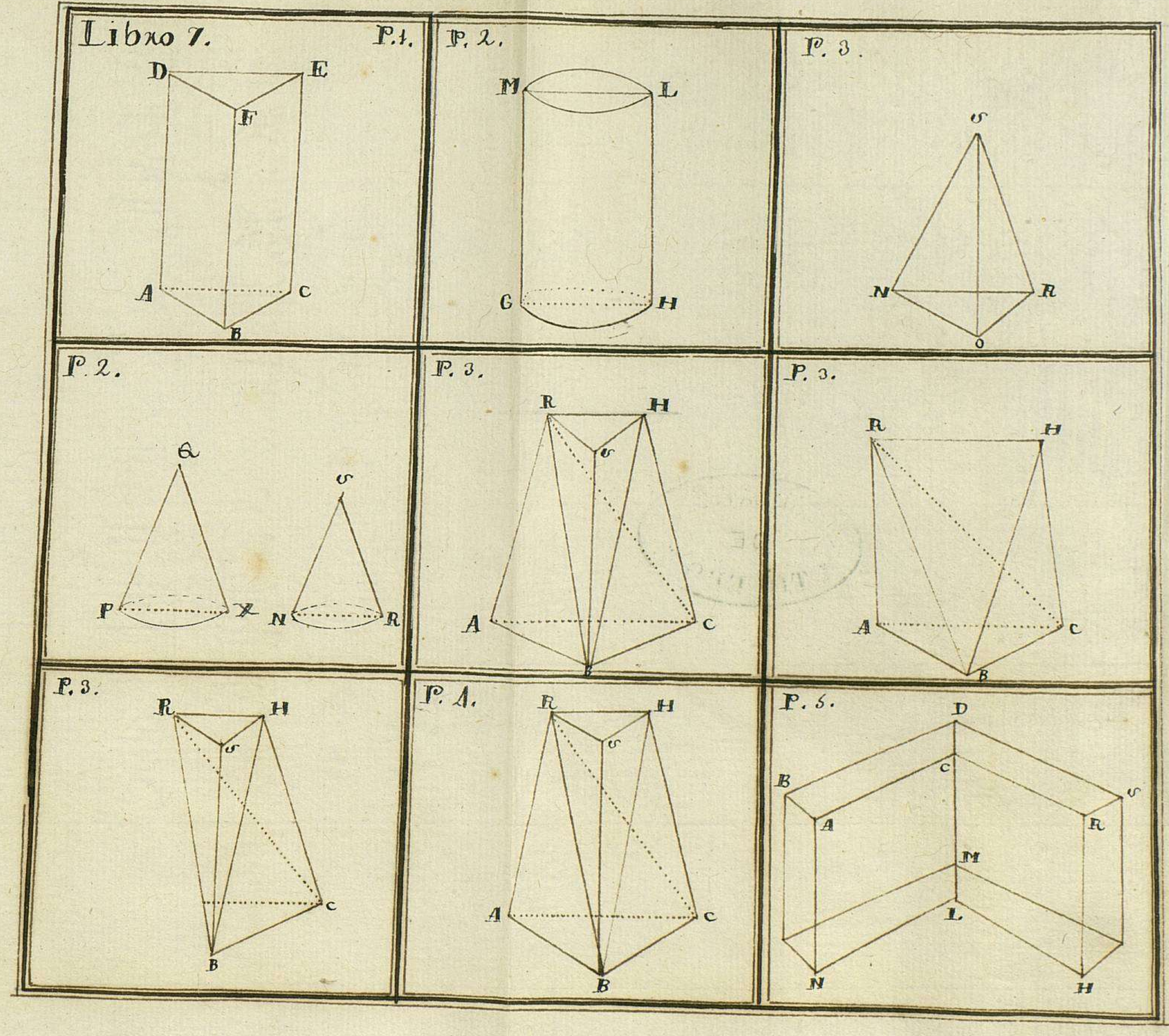
Libro 5.º L.ª 11.

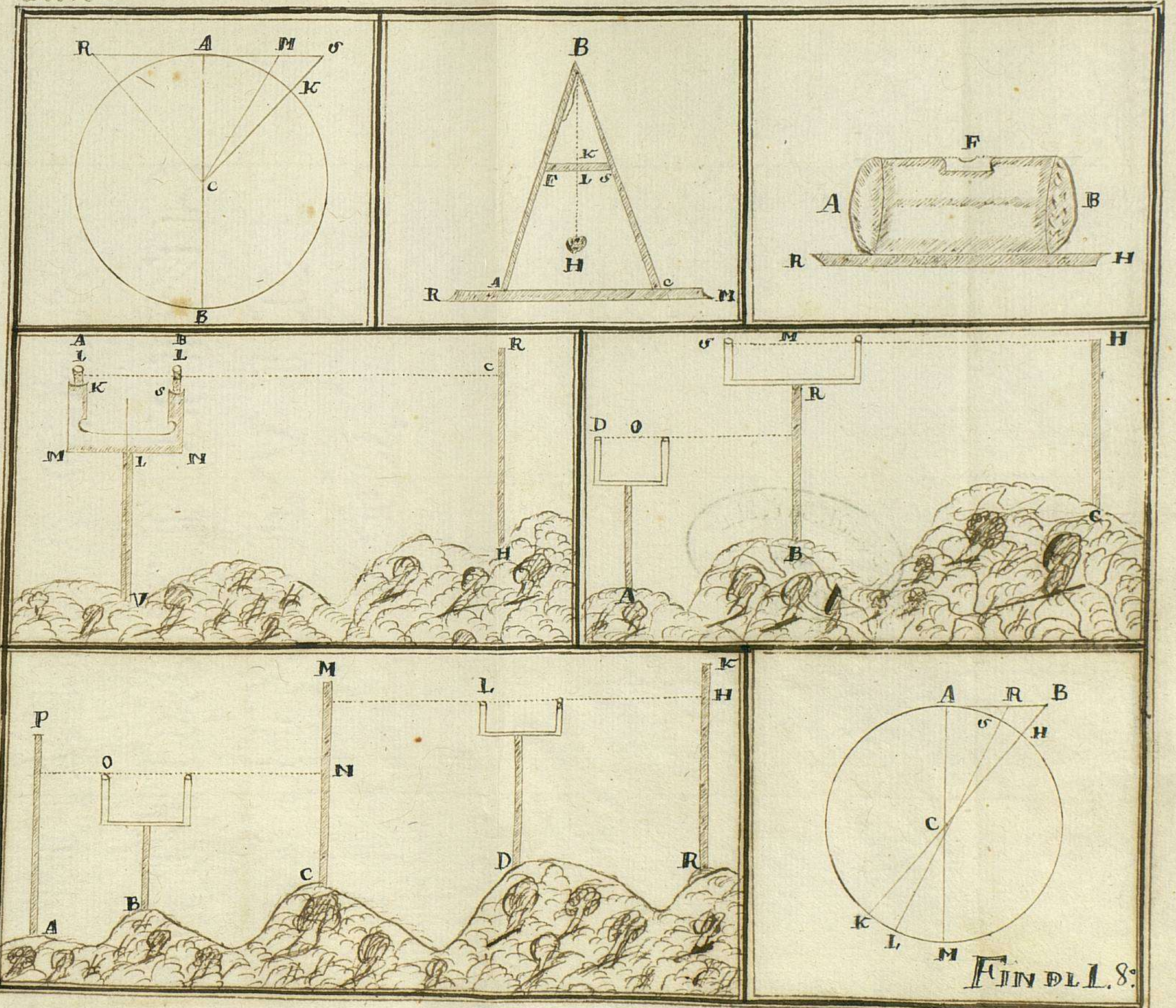




fin del Libro sexto.

7°


Libro 7.
P.1.
D E F A C B
P.2.
M L G H
P.3.
S N R O
P.2.
Q P X S N R
P.3.
R H S A C B
P.3.
R H A C B
P.3.
R H S C B
P.4.
R H S A C B
P.5.
D B C S A R M L N H


R A M S
K
C
B
B
K
E L S
H
A C
R M
F
A B
R H
A B
I L
K S C R
M L N
H
V
S M H
R
D O
B
C
A
M K
L H
P
O N
B C D R
A
A R B
S H
C
K L M

Fin dl L. 8°

Tratado 3º Geometria Pratica